

單對稱樑之分析與設計

◎ 徐暉亭* 呂東苗**

一、前言

鋼樑斷面種類眾多，工程界常見之斷面包括雙對稱 I-型樑與單對稱 I-型樑。雙對稱 I-型樑設計與分析較為簡單，但以材料觀點為考量卻不經濟，因此採用單對稱 I-型樑，其特點是斷面受壓面積增加，抗彎矩能力及穩定性也同時增加。國內外常見單對稱 I-型樑形狀多數以標準型鋼(rolled shapes)組合而成，W-型鋼以及 S-型鋼搭配槽型鋼形成較經濟之單對稱組合斷面，簡稱 WC (W-shape & Channel) 與 SC (S-section & Channel) (圖 1、2)，係有效且經濟之組合斷面，常見於工業廠房中。

單對稱斷面的各種性質之計算以及分析較為複雜，鋼結構開口薄壁斷面進行扭轉時，斷面必須同時考慮純扭曲剪應力(pure torsional shear stress)與翹曲應力(warping stress)作用，而翹曲應力包括翹曲剪應力(warping shear stress)與翹曲正向應力(warping normal stress)，其中翹曲應力之分析因計算過於繁雜，尤其是翹曲常數(warping constant C_w)之取得並不容易。組合斷面之理論強度分析其主要障礙來自翹曲常數(C_w)，單對稱係數(β_x)及扭轉常數(J)等斷面參數皆牽涉複雜積分與數值計算。

雖然有許多關於雙對稱 I-型樑及單對稱 I-型樑的挫屈強度研究，卻少有關於單對稱組合樑的研究，因此目前 AISC 規範(包含 1989、1999 以及 2005)都沒有針對單對稱組合樑(例如 WC/SC 斷面) 供適當分析公式計算單對稱組合型樑彎矩強度。

目前業界對類似單對稱組合鋼樑的設計，多半根據單對稱 I-型樑斷面所推導出來公式，而 AISC 規範也是以相同方式評估其強度，以常見之 WC/SC 組合樑為例採用 AISC 單對稱樑公式評估強度，其分析結果明顯低估彎矩強度，雖為較保守之設計卻相對提高了鋼材費用。

本研究透過理論方式將複雜的計算簡化，將開口薄壁斷面翹曲常數之理論作有系統的整理，推導其翹曲常數數值公式，並整理國內設計規範與美國 AISC

(2005)、ASD (1989)以及 LRFD (1999) 規範上的公式來源，比較其與理論彈性彎矩強度的差異性。

二、鋼梁之理論彈性彎矩

根據 Clark and Hill(1960)與 Galambos(1968)，以能量法推導梁在彈性範圍內之理論強度 M_n 可以下式表示

$$M_n = \frac{C_b \pi}{KL} \sqrt{EI_y GJ} \left\{ \frac{\pi \beta_x}{(2KL)} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}} + \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EC_w}{(KL)^2 GJ} + \left[\frac{\pi \beta_x}{(2KL)} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}} \right]^2} \right\} \quad (1)$$

上式可改寫為

$$M_n = \frac{C_b \pi}{KL} \sqrt{EI_y GJ} \left(B_1 + \sqrt{1 + B_2 + B_1^2} \right) \quad (2)$$

其中

$$B_1 = \frac{\pi \beta_x}{(2KL)} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}} \quad B_2 = \frac{\pi^2 EC_w}{(KL)^2 GJ} \quad J = \int_A r^2 dA \quad (2.a)$$

式(2.a)中， r 為斷面上任一點到剪力中心之距離，上述公式適用於任何單對稱和雙對稱斷面，單對稱係數 β_x 係由於受壓面積和受拉面積不等所造成，如果是雙對稱斷面則有 $\beta_x = 0$ ，因為 B_1 為 β_x 之函數，因此對雙對稱斷面而言 $B_1 = 0$ ，式(2)可簡化為

$$M_n = \frac{C_b \pi}{KL} \sqrt{EI_y GJ} \sqrt{1 + B_2} \quad (3)$$

相對應之彈性理論應力 F_{cr} 為

$$F_{cr} = \frac{M_n}{S_{xc}} = \frac{M_{cr}}{S_{xc}} \quad (4)$$

三、AISC 規範對於單對稱梁之彈性彎矩分析

依據美國鋼構造協會 AISC 之鋼梁強度分析主要分為兩類，一為容許應力設計，規範與主要係單方面以折減材料強度作為安全係數，另以極限強度為設計基礎為載重與強度係數設計規範，說明如後。

1. 容許應力設計(ASD)之設計強度

彈性公式根據 ASD 設計規範針對 I-型斷面之公式，即 B_1 為零之雙對稱斷面，將 $B_2 = \frac{\pi^2 EC_w}{(KL)^2 GJ}$ ， $K = 1$ ， $M_{cr} = M_n$ 代入公式(1)可以得以下公式：

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L}\right)^2 I_y C_w} = \sqrt{\frac{\pi^4 E^2 I_y C_w}{L^4} + \frac{\pi^2 EI_y GJ}{L^2}} \quad (5)$$

根據 Salmon and Johnson (1996) ，其中將 W 型鋼的斷面幾何代入公式(5)可以整理為

$$F_{cr} = \frac{M_R}{S_{xc}} = \sqrt{\left(\frac{14E}{(L/r_y)^2}\right)^2 + \left(\frac{3E}{(Ld/r_y t_f)}\right)^2} \quad (6)$$

公式(6)根號內的第一項表示斷面受壓翼板之挫屈應力(buckling Stress of Compression Flange)，第二項表示斷面扭轉應力(torsional Stress)，ASD 規範根據這兩項作為應力設計時之主要影響因素，由於 ASD 僅考慮雙對稱 I 型斷面，較不經濟且不符使用情況下，LRFD 規範提出單對稱斷面之設計公式。

2. 載重及強度係數設計規範(LRFD)之設計強度

公式(2)可以使用於任何雙對稱及單對稱斷面，1980 年澳洲學者 Kitipornchai and Trahair (1980)使用於單對稱 I-型斷面， β_x 可以簡化為

$$\beta_x = 0.9h \left(\frac{2I_{yc}}{I_y} - 1 \right) \left\{ 1 - \left(\frac{I_y}{I_x} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

根據 Salmon and Johnson(1996) 單對稱 I-型之斷面性質 C_w 、 I_y 、 I_{yc} 可整理如下：

$$C_w = \frac{h^2 b_1^3 t_1 \alpha}{12} \quad \alpha = \frac{1}{1 + (b_1/b_2)^3 (t_1/t_2)} \quad (8)$$

$$I_y = \frac{t_1 b_1^3}{12} + \frac{t_2 b_2^3}{12} \quad I_{yc} = \frac{t_1 b_1^3}{12} \quad (9)$$

式中 b_1 、 b_2 、 t_1 、 t_2 、 h 分別為上下翼板寬度、厚度。將 (7)、(8)、(9)式 代入(2.a)式之 B_1 、 B_2 ，並令 $E = 29,000$ ksi、 $G = 11,200$ ksi 及 $KL = L_b$ ，則 (2)、(2.a)式可以改寫如下：

$$\begin{aligned}
M_n = M_{cr} &= \frac{C_b \pi}{KL} \sqrt{EI_y GJ} \left(B_1 + \sqrt{1 + B_2 + B_1^2} \right) \\
&= \frac{2EC_b}{L_b} \sqrt{I_y J} \left(B_1 + \sqrt{1 + B_2 + B_1^2} \right) \leq M_p \quad (10)
\end{aligned}$$

其中

$$B_1 \cong 2.25 \left(\frac{2I_{yc}}{I_y} - 1 \right) \left(\frac{h}{L_b} \right) \sqrt{\frac{I_y}{J}} \quad B_2 \cong 25 \left(1 - \frac{I_{yc}}{I_y} \right) \left(\frac{I_{yc}}{J} \right) \left(\frac{h}{L_b} \right)^2 \quad (10.a)$$

(10)、(10.a)式即 LRFD(1999)規範 Table A-F1.1 中單對稱鋼梁之彈性彎矩公式，由前述可知 LRFD 之設計公式係由單對稱 I-型斷面推演出來，將 LRFD 設計公式用於組合 WC/SC 斷面(也是單對稱斷面)並非合理，造成明顯低估其應有之設計強度。

3. AISC (2005)之設計強度

AISC(2005)設計規範對於單對稱鋼梁彈性強度之分析，根據無側撐長度 L_b 判斷塑性與彈性行為，AISC(2005)規範提供單對稱樑之彈性彎矩公式，採用公式(2)與(2.a)可應用於任何雙對稱及單對稱斷面，使用上因規範符號的衝突取消了 B_1 與 B_2 之表示方式，進而以一完整的公式表式如下：

$$M_n = F_{cr} S_{xc}, \quad F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{(L_b/r_t)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{J}{S_{xc} h_o} \cdot \left(\frac{L_b}{r_t} \right)^2} \quad (11)$$

其中 F_{cr} 為彈性側向扭轉挫屈強度； h_o 為上下兩翼板之距離； E 為彈性模數； J 為扭轉常數； S_{xc} 為受壓側翼板之彈性模數。

側向扭轉挫屈之有效迴轉半徑 r_t 定義如下：

(1) 對於具有矩形受壓翼板之 I-型斷面 r_t 為

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \left(\frac{h_o}{d} + \frac{1}{6} a_w \frac{h^2}{h_o d} \right)}} \quad (12)$$

$$\text{其中 } a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} \quad (12.a)$$

b_{fc} 為受壓側翼板寬度； t_{fc} 為受壓側翼板厚度。

- (2) 受壓側存在槽型鋼與其他鋼板覆蓋之 I 型斷面， r_t 針對主軸發生彎矩之斷面，其撓曲受壓側翼板迴轉半徑加上三分之一的撓曲受壓側腹板面積。

四、單對稱梁之斷面常數

根據前述得知鋼梁之理論彈性彎矩公式中，有 3 個重要常數即單對稱常數 (β_x)、翹曲常數 (C_w)、扭轉常數 (J)，本節針對這些斷面常數說明如下：

4.1 單對稱常數之理論與數值公式

根據 Galambos (1869) 單對稱常數 β_x 理論公式如下：

$$\beta_x = \frac{1}{I_x} \int_A y(x^2 + y^2) dA - 2Y_o \quad (13)$$

(13) 式係以斷面形心為參考座標， I_x 為對 x 軸之慣性矩、 A 為斷面積、 Y_o 為斷面剪力中心與形心之垂直距離。若將斷面考慮成由 n 個板元素所組成， (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 為板元素端點之 x 與 y 座標，則(13)式之積分式可改成數值公式如下：

$$\beta_x = \frac{1}{I_x} \left\{ \sum_1^n \left[\frac{1}{6} (x_2^3 - x_1^3) (y_2^2 - y_1^2) + \frac{1}{4} (x_2 - x_1) (y_2^4 - y_1^4) \right] \right\} - 2Y_o \quad (14)$$

4.2 翹曲常數之理論與數值公式

由於單對稱梁斷面係開放型薄壁斷面，根據 Galambos(1968)與 Heins(1975) 開放型薄壁斷面之翹曲常數其理論公式可表示如下：

$$C_w = \int_0^E W_n^2 t ds \quad (15)$$

上式中

$$W_n = \frac{1}{A} \int_0^E w_s t ds - w_s \quad w_s = \int_0^S \rho_s ds \quad (15.a)$$

w_s 為相對於剪力中心之單位翹曲 (unit warping)、 W_n 為 normalized unit warping、 ρ_s 為斷面板元素至剪力中心之垂直距離、 E 為沿斷面厚度中心線之總長度、 t 為板元素厚度、 s 為沿斷面厚度中心線之長度。由於計算翹曲常數是相對於剪力中心做計算，因此必須先找出斷面之剪力中心。

單對稱梁斷面為開放型薄壁斷面且係由薄壁板元素組成之基本事實，配合板元素內單位翹屈 (unit warping) 具線性分佈之基本特，可將理論積分式轉成數值計

算公式，剪力中心的兩個重要參數 I_{wx} 、 I_{wy} 根據 Lue(2003) 翹曲常數之其數值公式可表示如下：

$$C_w = \frac{I}{3} \sum_1^n (W_{ni}^2 + W_{ni} W_{nj} + W_{nj}^2) t_{ij} L_{ij} \quad (16)$$

上式中

$$W_{ni} = \frac{I}{2A} \sum_1^n (w_{si} + w_{sj}) t_{ij} L_{ij} - w_{si} \quad (16.a)$$

$$W_{nj} = \frac{I}{2A} \sum_1^n (w_{si} + w_{sj}) t_{ij} L_{ij} - w_{sj} \quad (16.b)$$

$$w_s = \sum \rho_s L \quad (16.c)$$

(16.a)式與(16.b)式之 w_s 係以剪力中心為參考點之單位翹曲，(16.c)式中 ρ_s 為板元素至剪力中心之垂直距離。 ρ_s 具有方向性，定義為以剪力中心為基準點，以板元素起點(i)到終點(j)方向，對基準點反時針方向為正，順時針方向為負。

4.3 扭轉常數之理論與數值公式

單對稱斷面係開放型薄壁斷面，根據基本材料力學扭轉常數(J)其理論公式可表示如下：

$$J = \int_0^E r^2 dA \quad (17)$$

r 為斷面上任一點相對於扭力中心(torsional center)之垂直距離，扭轉常數(J)根據基本材料力學其數值公式可表示如下：

$$J = \sum_1^n \frac{1}{3} b_i t_i^3 \quad (18)$$

五、 WC/SC 單對稱梁之理論設計參數

單對稱梁常由標準型鋼加工組合的斷面，AISC 規範亦提供 WC 與 SC 斷面組合，單對稱梁相較於雙對稱 I 型梁斷面具有較佳的抗彎能力與穩定性，但是根據前述結果分析較為繁雜，導致現有單對稱梁斷面之強度皆視同為單對稱 I 型梁斷面分析。

單對稱斷面為有效且經濟之組合斷面，在工業廠房中已被廣泛使用，因此本研究以 AISC 規範內之 WC 與 SC 組合斷面為例，根據彈性強度理論的數值化分析與現有 AISC 規範評估，提供所需之斷面設計參數，提供合理與快速的評估 WC 組合斷面之方法。

WC/SC 組合梁之分析與設計，必須先求出界定組合斷面之塑性、非彈性與彈性之範圍，根據 AISC/LRFD(1999)與 AISC(2005)規範以 L_p 與 L_r 兩個值作為區分塑性、非彈性與彈性之範圍。

AISC/LRFD(1999) L_r 值的取得必須讓彈性彎矩強度即公式(10)剛好等於臨界彈性彎矩強度($M_r=F_L S_{xc} \leq F_{yf} S_{xt}$)，此時的未支撐長度 $L_b=L_r$ 且 $C_b = 1.0$ 經反覆計算求出；根據 AISC (2005) L_r 值的取得必須讓公式(11)剛好等於 M_r ，此時的未支撐長度 $L_b=L_r$ 且 $C_b = 1.0$ 求出；本研究也提供理論分析時所需要之 L_r 即將公式(2)等於 M_r 且 $C_b = 1.0$ 求出。

理論彎矩曲線使用公式(2)、(2.a)、LRFD(1999)彎矩曲線則使用公式(10)與(10.a)、AISC(2005)彎矩曲線則使用公式(11)，由於公式牽涉多種係數與常數包括 C_w 、 β_x 、 J 、 I_{yc} 、 r_t 與 h_0 等。此外，根據理論彈性彎矩與 LRFD(1999)其中根據公式(2.a)與(10.a)推導出(如公式 19、20、21、22 所示)，顯示 $B_1 L_b$ 與 $B_2 L_b^2$ 值($KL=L_b$)對 WC/SC 斷面而言為常數，本研究將提供設計手冊中所有 WC 斷面，分析彈性彎矩強度時所需之相關參數列表如表 1 至表 3 所示，以利業界工程師快速評估 WC 斷面之需求。

$$B_1 = \frac{\pi \beta_x}{(2KL)} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}} \quad \Rightarrow B_1 = \frac{\pi \beta_x}{(2L_b)} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}} \quad \Rightarrow B_1 L_b = \frac{\pi \beta_x}{2} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}} \quad (19)$$

$$B_2 = \frac{\pi^2 EC_w}{(KL)^2 GJ} \quad \Rightarrow B_2 = \frac{\pi^2 EC_w}{(L_b)^2 GJ} \quad \Rightarrow B_2 L_b^2 = \frac{\pi^2 EC_w}{GJ} \quad (20)$$

$$B_1 \cong 2.25 \left(\frac{2I_{yc}}{I_y} - 1 \right) \left(\frac{h}{L_b} \right) \sqrt{\frac{I_y}{J}} \quad \Rightarrow B_1 L_b \cong 2.25 h \left(\frac{2I_{yc}}{I_y} - 1 \right) \sqrt{\frac{I_y}{J}} \quad (21)$$

$$B_2 \cong 25 \left(1 - \frac{I_{yc}}{I_y} \right) \left(\frac{I_{yc}}{J} \right) \left(\frac{h}{L_b} \right)^2 \quad \Rightarrow B_2 L_b^2 \cong 25 h^2 \left(1 - \frac{I_{yc}}{I_y} \right) \left(\frac{I_{yc}}{J} \right) \quad (22)$$

六、WC/SC 組合梁之理論彎矩曲線與 AISC 設計彎矩曲線之比較

AISC 規範(1999,2005)定義單對稱 I-形斷面彈性與非彈性為臨界挫屈彎矩，臨界挫屈彎矩受殘留應力(F_r)與彈性係數(S)影響，LRFD(1999)年將殘留應力(F_r)定義為熱軋鋼為 10 ksi、組合斷面為 16.5 ksi，AISC(2005)更改了殘留應力(F_r)為 $0.3 F_y$ 的影響並予以限制限制，因此造成規範版本不同的差異性。

本研究以 $W12 \times 26$ 與 $C10 \times 15.3$ 之 WC 組合斷面為例，根據理論彈性強度、ASD(1989)、LRFD(1999)與 AISC(2005)設計規範之彈性彎矩強度強度，提出典型 WC 斷面強度曲線如圖 3 所示，本研究僅討論彈性範圍之強度差異，即臨界挫屈彎矩以下之強度差異，圖 3 中虛線以下範圍為主。

根據理論彈性強度為參考比較 ASD(1989)、LRFD(1999)與 AISC(2005)三種設計規範之彈性彎矩強度評估的誤差，如圖 4 所示。

圖 4 顯示各規範誤差的趨勢，ASD(1989)規範與 LRFD(1999)規範之彈性彎矩強度隨著無側撐長度(L_b)越大則誤差相對越大；ASD(1989)採用彈性分析且視同為雙對稱斷面分析，其結果必然不正確。AISC(2005)規範誤差較 LRFD(1999)規範大，且發生於彈性階段初期，無側撐長度(L_b)越大其結果與 LRFD 規範越接近。根據圖 4 表示，理論強度強度與 LRFD(1999)規範誤差相對較小，因此本研究建議採用 LRFD(1999)規範分析 WC 與 SC 單對稱斷面。

本研究提供設計手冊中所有 WC 斷面，分析彈性彎矩強度時所需之相關參數列表如表 1 至表 3 所示外，並提供 LRFD(1999)與 AISC(2005)種設計規範之彈性彎矩強度與理論值的誤差，如表 4 與表 5 所所示。

根據表 4 顯示 $W12 \times 26$ 與 $C10 \times 15.3$ 之 WC 組合斷面為例，LRFD(1999)無側撐長度(L_b)50 ft 條件下之彈性彎矩強度誤差值為-18.3 %；表 5 顯示 AISC 規範(2005)彈性彎矩強度誤差值為-23.4 %，相較於 LRFD 規範誤差多 5 %；此外，彈性彎矩強度誤差最大則為 ASD 規範為-53 %。

因此本研究提供彈性理論強度計算所需參數以及查表值供使用者精確的評估 WC 與 SC 斷面強度之外，更可以評估各規範 WC 組合斷面之強度之準確性，並提供斷面低估之誤差百分比作為參考(如表 4 與表 5 所示)，作為更經濟之設計與檢核之依據。

七、 結論

單對稱鋼樑理論強度分析複雜及斷面參數難以取得之問題，導致現有之相關規範採用近似的方法評估其彈性彎矩強度，本研究推導出之數值化參數可快速的評估單對稱斷面之強度外，並針對常見之單對稱組合斷面(WC/SC)為例，提供其相關查表值作參考，本研究之結論如下：

1. 說明單對稱鋼樑側向扭轉挫屈之基本彈性以及非彈性理論來源與公式參數包含翹曲常數 (C_w)、單對稱係數(β_x) 以及扭轉常數 (J)。
2. 提供 ASD、LRFD 與 AISC (2005)規範內所有 WC 與 SC 組合斷面之扭矩參數計算步驟與過程，並將冗長與複雜的計算過程電腦化，提供相關設計參數查表參考，以利快速分析規範內 WC 與 SC 組合斷面之強度。
3. 根據 WC/SC 組合斷面之分析結果顯示，LRFD(1999)之單對稱斷面之翹曲常數 (C_w) 簡化公式根據單對稱 I-型斷面計算，WC/SC 組合斷面之槽型鋼面積比例越小，組合斷面誤差相對減少。ASD 沒有提供單對稱斷面之彈性彎矩計算，設計者只能以雙對稱 I 型樑作為評估強度之依據，ASD 規範不適用於單對稱鋼樑之強度分析與設計。
4. 本研究同時採用規範分析 WC/SC 組合斷面，比較理論彈性彎矩與 ASD(1989)、LRFD(1999)、AISC (2005)規範之強度差異，針對 WC/SC 組合斷面之彈性彎矩評估其誤差，總體而言 LRFD 規範內對於單對稱樑之評估準確性較其他規範高。
5. 本研究針對所有 ASD(1989)、LRFD(1993)與 AISC(2005)設計規範內之 WC 與 SC 組合斷面，提供其評估理論強度所需值，讓使用者免去計算的困擾外，亦根據無側撐長度之條件快速獲得彈性彎矩強度誤差，進而了解 WC 與 SC 組合斷面之確切彈性彎矩強度，減少低估強度造成之不經濟性。

參考文獻

1. AISC, Allowable Stress Design Manual of Steel Construction, 9th edition, American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois. (1989)
2. AISC, Load and Resistance Factor Design Manual of Steel Construction, 1st edition, American Institute Steel Construction, Chicago, Illinois. (1986)
3. AISC, Load and Resistance Factor Design Manual of Steel Construction, 2nd edition, American Institute Steel Construction, Chicago, Illinois. (1993)
4. AISC, Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings, 3rd edition, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, Illinois. (1999)

5. AISC, Design Specification for Structural Steel Buildings, 13th edition, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, Illinois. (2005)
6. Anderson, J. M. and Trahair, N. S., "Stability of Monosymmetric Beams and Cantilever," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 98, No. ST1, pp.269-286, 1972.
7. Clark, J.W. and Hill, H.N., "Lateral Buckling of Beams," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 86, No. ST7, pp. 175-196, 1960.
8. Galambos, T. V., Structural Members and Frames, Prentice-Hall, New Jersey, pp. 80-158, 1968.
9. Heins, C.P., Bending and Torsional Design in Structural Members, Lexington Books, Lexington, Massachusetts, pp.35-80, 1975.
10. Kitipornchai, S. and Trahair, N.S., "Buckling Properties of Monosymmetric I-Beams," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.106, No.ST5, pp. 941-957, 1980.
11. Lue, D.M. and Ellifritt, D.S., "Numerical Evaluation for Warping Constant of Built-up Crane Runway Beam," SSRC Annual Meeting Proceedings, Baltimore, Maryland, U.S.A, pp.213-232, 2003.
12. Salmon, C. G. and Johnson, J.E., Steel Structures – Design and Behavior, Harper and Row, Publishers, 4th edition, New York, pp.1009, 1996.

表 1 WC 斷面彎矩參數 /取自 ASD 設計手冊 / 理論方法 / $F_y = 50 \text{ ksi}$

W 型斷面	槽型斷面	$C_w (in.^6)$	$\beta_x (in.)$	$J (in.^4)$	$I_y (in.^4)$	$B_1 L_b (ft)$	$B_2 L_b^2 (ft^2)$
W12×26	C10×15.3	1305.54	9.93	0.877	84.70	20.56	264.19
W14×30	C10×15.3	1826.44	10.85	0.979	87.00	21.54	331.20
W14×43	C12×20.7	3999.50	10.19	2.390	174.20	18.33	296.94
W14×61	C15×33.9	9933.71	10.16	5.682	422.00	18.45	310.27
W16×36	C12×20.7	3162.37	13.37	1.513	153.50	28.36	370.91
W16×67	C15×33.9	14635.27	11.66	6.076	434.00	20.75	427.43
W16×67	MC18×42.7	16388.41	13.07	6.682	673.00	27.62	435.26
W18×50	C12×20.7	6065.80	13.67	2.636	169.10	23.06	408.31
W18×50	C15×33.9	6931.32	15.69	3.685	355.10	32.44	333.84
W18×76	C15×33.9	22136.72	12.04	6.859	467.00	20.92	572.79
W18×76	MC18×42.7	24701.61	13.92	7.523	706.00	28.40	582.73
W21×62	C12×20.7	11064.21	14.32	3.482	186.50	22.07	563.93
W21×62	C15×33.9	12646.82	17.40	4.674	372.50	32.71	480.14
W21×68	C12×20.7	12301.64	13.83	4.365	193.70	19.41	500.17
W21×68	C15×33.9	14140.41	17.16	5.700	379.70	29.51	440.60
W21×101	MC18×42.7	49820.35	14.33	11.618	802.00	25.08	761.05
W24×62	C12×20.7	9051.96	18.36	3.101	163.50	28.08	517.97
W24×62	C15×33.9	10077.56	20.77	4.142	349.50	40.18	431.80
W24×68	C12×20.7	16733.30	15.02	3.522	199.40	23.81	843.10
W24×68	C15×33.9	19163.59	18.93	4.723	385.40	36.01	720.02
W24×84	C12×20.7	21633.81	13.53	6.130	223.40	17.21	626.26
W24×84	C15×33.9	25162.31	18.07	7.737	409.40	27.68	577.13
W24×104	MC18×42.7	65510.06	15.91	10.761	813.00	29.13	1080.40
W27×84	C15×33.9	34221.37	19.41	6.249	421.00	33.56	971.90
W27×114	C15×33.9	49421.84	17.49	13.099	474.00	22.16	669.56
W27×146	MC18×42.7	129010.77	14.59	20.861	997.00	21.24	1097.50
W30×99	C15×33.9	49335.84	20.32	7.554	443.00	32.78	1159.11
W30×99	MC18×42.7	53557.90	23.25	8.529	682.00	43.80	1114.44
W30×116	C15×33.9	61752.19	18.96	11.677	479.00	25.58	938.48
W30×116	MC18×42.7	67602.08	22.36	12.526	718.00	35.65	957.81
W30×132	C15×33.9	72260.84	17.89	16.412	511.00	21.02	781.36
W30×173	MC18×42.7	201928.03	13.92	27.41	1152.00	18.98	1307.39
W33×118	C15×33.9	83079.98	19.73	9.961	502.00	29.51	1480.19
W33×118	MC18×42.7	91023.96	23.64	10.726	741.00	41.39	1506.01
W33×141	C15×33.9	105605.27	17.82	16.511	560.00	21.86	1135.09
W33×141	MC18×42.7	116761.22	22.15	17.603	799.00	31.44	1177.13
W33×152	MC18×42.7	128022.51	21.53	21.540	827.00	28.09	1054.76
W36×150	C15×33.9	132114.95	18.33	16.921	585.00	22.70	1385.66
W36×150	MC18×42.7	146167.20	23.09	18.018	824.00	32.89	1439.67
W36×170	MC18×42.7	170231.06	21.89	25.207	874.00	27.14	1198.49
W36×194	MC18×42.7	195615.99	20.67	34.823	929.00	22.49	996.90

單位轉換: $1 \text{ in.} = 2.54 \text{ cm}$; $1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}$; $1 \text{ k-ft} = 0.6162 \text{ kN-m}$; $50 \text{ ksi} = 345 \text{ MPa}$

表 2 WC 斷面彎矩參數 / 取自 ASD 設計手冊 / LRFD(1999)方法 / $F_y=50 \text{ ksi}$

W 型斷面	槽型斷面	$M_p(k\text{-ft})$	$M_r(k\text{-ft})$	$L_p (ft)$	$L_r (ft)$	$B_1L_b(ft)$	$B_2L_b^2(ft^2)$
W12×26	C10×15.3	194.05	151.25	11.7	34.4	22.48	361.86
W12×26	C12×20.7	201.53	153.33	14.2	47.4	28.51	287.10
W14×30	C10×15.3	247.01	191.67	11.7	32.1	23.44	452.48
W14×30	C12×20.7	255.48	194.58	14.1	43.6	30.40	372.96
W14×43	C12×20.7	348.83	280.83	13.5	39.3	20.06	408.95
W14×61	C15×33.9	516.53	414.17	16.7	54.7	21.16	439.27
W16×36	C12×20.7	345.02	261.67	13.9	39.8	31.32	503.55
W16×36	C15×33.9	365.93	268.75	17.8	63.2	39.43	310.11
W16×67	C15×33.9	664.30	525.00	16.7	50.1	24.00	638.80
W16×67	MC18×42.7	681.34	533.33	19.9	63.7	32.84	633.34
W18×50	C12×20.7	527.47	405.42	13.4	35.0	25.45	574.22
W18×50	C15×33.9	553.19	416.67	17.1	53.3	36.27	439.81
W18×76	C15×33.9	830.76	658.33	16.7	47.0	24.38	879.07
W18×76	MC18×42.7	850.06	662.50	19.8	59.4	33.91	885.64
W21×62	C12×20.7	749.83	575.00	13.3	32.3	24.27	792.41
W21×62	C15×33.9	781.57	591.67	16.9	47.6	36.90	669.78
W21×68	C12×20.7	822.24	633.33	13.1	31.6	21.09	689.09
W21×68	C15×33.9	855.75	650.00	16.7	46.3	33.22	617.12
W21×101	MC18×42.7	1293.97	1020.83	19.4	53.2	29.70	1192.82
W24×62	C12×20.7	830.41	608.33	13.3	31.5	30.27	685.93
W24×62	C15×33.9	870.85	629.17	17.1	47.3	44.14	555.76
W24×68	C12×20.7	922.28	700.00	13.4	31.2	26.38	1194.01
W24×68	C15×33.9	960.67	720.83	17.0	45.2	40.87	1024.63
W24×84	C12×20.7	1139.61	843.08	13.0	30.6	18.71	863.47
W24×84	C15×33.9	1187.95	904.17	16.4	42.3	31.38	837.65
W24×104	MC18×42.7	1493.78	1166.67	19.6	51.2	34.77	1721.71
W27×84	C15×33.9	1311.39	987.50	16.8	41.7	38.32	1425.35
W27×94	C15×33.9	1468.53	987.50	16.4	43.3	32.83	1253.81
W27×114	C15×33.9	1781.76	1362.50	16.0	38.6	24.79	958.83
W27×146	MC18×42.7	2324.94	1837.50	19.2	47.3	24.97	1723.08
W30×99	C15×33.9	1681.20	1250.00	16.7	39.5	37.12	1663.18
W30×99	MC18×42.7	1723.07	1266.67	19.8	49.9	51.53	1684.28
W30×116	C15×33.9	1982.25	1500.00	16.2	37.8	28.86	1349.37
W30×116	MC18×42.7	2025.27	1520.83	19.2	47.2	40.83	1398.74
W30×132	C15×33.9	2251.53	1513.08	15.9	39.8	23.41	1104.04
W30×173	MC18×42.7	3026.77	2286.38	19.3	47.0	22.15	2012.81
W33×118	C15×33.9	2191.02	1645.83	16.6	37.6	33.74	2163.81
W33×118	MC18×42.7	2247.03	1666.67	19.6	46.7	47.97	2241.87
W33×141	C15×33.9	2620.96	1923.46	16.1	37.1	24.68	1632.51
W33×141	MC18×42.7	2690.50	2041.67	18.9	44.3	35.96	1732.21
W33×152	MC18×42.7	2902.13	2212.50	18.6	43.6	31.78	1532.03
W36×150	C15×33.9	2973.18	2132.83	16.3	36.8	25.64	1987.70
W36×150	MC18×42.7	3060.85	2304.17	19.0	43.3	37.61	2116.80
W36×170	MC18×42.7	3446.80	2543.21	18.6	43.0	30.55	1714.96
W36×194	MC18×42.7	3896.00	2777.71	18.2	43.1	24.87	1383.53

單位轉換：1 in. = 2.54 cm; 1 ft = 0.3048 m; 1 k-ft = 0.6162 kN-m; 50 ksi = 345 MPa

表 3 WC 斷面彎矩參數 / 取自 ASD 設計手冊 / AISC(2005)方法 / $F_y = 50$ ksi

W 型斷面	槽型斷面	M_p (k-ft)	$F_L S_{xc}$ (k-ft)	L_p (ft)	L_r (ft)	F_L (ksi)	r_t (in.)	h_o (in.)
W12×26	C10×15.3	194.05	151.42	7.20	32.50	25.79	3.24	11.69
W12×26	C12×20.7	201.53	171.04	8.70	41.20	25.00	3.96	11.66
W14×30	C10×15.3	247.01	192.21	7.10	30.60	27.26	3.21	13.29
W14×30	C12×20.7	255.48	204.77	8.70	39.70	25.00	3.92	13.26
W14×43	C12×20.7	350.27	280.27	8.30	37.70	28.16	3.76	13.08
W14×61	C15×33.9	517.17	414.04	10.30	52.10	26.87	4.67	13.22
W16×36	C12×20.7	345.02	261.45	8.50	37.60	25.64	3.85	15.34
W16×36	C15×33.9	365.93	334.07	10.90	50.70	25.00	4.94	15.34
W16×67	C15×33.9	661.22	527.13	10.20	47.50	27.58	4.63	15.60
W16×67	MC18×42.7	678.24	532.53	12.20	60.20	25.03	5.54	15.57
W18×50	C12×20.7	527.47	405.67	8.10	33.60	29.41	3.67	17.35
W18×50	C15×33.9	553.19	440.20	10.50	48.50	25.00	4.75	17.36
W18×76	C15×33.9	828.43	657.67	10.20	44.70	28.83	4.62	17.49
W18×76	MC18×42.7	847.72	664.25	12.10	56.20	26.24	5.50	17.47
W21×62	C12×20.7	750.34	575.61	8.00	31.20	31.76	3.61	20.33
W21×62	C15×33.9	782.09	591.93	10.30	45.30	26.03	4.65	20.33
W21×68	C12×20.7	822.24	633.33	7.80	30.60	32.80	3.55	20.38
W21×68	C15×33.9	855.75	650.68	10.10	44.20	27.13	4.58	20.39
W21×101	MC18×42.7	1297.84	1020.66	11.80	50.80	29.44	5.36	20.58
W24×62	C12×20.7	828.36	608.78	7.90	30.50	31.50	3.58	23.04
W24×62	C15×33.9	868.67	629.92	10.30	44.90	25.72	4.68	23.04
W24×68	C12×20.7	922.28	702.08	8.00	30.20	32.67	3.62	23.05
W24×68	C15×33.9	960.67	722.58	10.20	43.20	26.96	4.64	23.05
W24×84	C12×20.7	1139.61	881.14	7.70	28.90	35.00	3.50	23.32
W24×84	C15×33.9	1187.95	904.71	9.90	40.70	29.49	4.46	23.33
W24×104	MC18×42.7	1500.77	1165.80	11.90	49.10	29.50	5.40	23.32
W27×84	C15×33.9	1314.17	989.62	10.10	40.20	29.36	4.55	26.02
W27×94	C15×33.9	1469.34	1116.30	9.90	38.90	30.70	4.46	26.15
W27×114	C15×33.9	1785.73	1358.03	9.50	37.40	32.94	4.32	26.41
W27×146	MC18×42.7	2330.99	1844.02	11.60	45.70	33.37	5.25	26.45
W30×99	C15×33.9	1689.34	1247.76	9.90	38.20	31.14	4.49	29.00
W30×99	MC18×42.7	1723.07	1265.40	11.90	48.00	28.48	5.39	28.97
W30×116	C15×33.9	1982.25	1500.00	9.60	36.60	33.03	4.35	29.17
W30×116	MC18×42.7	2025.27	1519.22	11.50	45.60	30.46	5.21	29.15
W30×132	C15×33.9	2245.01	1722.64	9.40	35.70	34.49	4.25	29.35
W30×173	MC18×42.7	3031.84	2395.40	11.60	44.20	35.00	5.25	29.38
W33×118	C15×33.9	2191.02	1644.52	9.80	36.50	33.07	4.44	32.15
W33×118	MC18×42.7	2247.03	1666.70	11.70	45.20	30.48	5.29	32.13
W33×141	C15×33.9	2620.96	2012.53	9.50	35.10	35.00	4.31	32.38
W33×141	MC18×42.7	2690.50	2042.29	11.30	43.00	32.63	5.10	32.37
W33×152	MC18×42.7	2915.47	2212.02	11.10	42.30	33.48	5.02	32.49
W36×150	C15×33.9	2973.18	2232.08	9.60	34.90	35.00	4.32	35.00
W36×150	MC18×42.7	3060.85	2302.07	11.20	42.10	33.23	5.09	34.98
W36×170	MC18×42.7	3445.90	2628.54	11.00	40.90	34.64	4.97	35.16
W36×194	MC18×42.7	3894.68	2868.67	10.70	40.80	35.00	4.86	35.33

單位轉換：1 in. = 2.54 cm; 1 ft = 0.3048 m; 1 k-ft = 0.6162 kN-m; 50 ksi = 345 MPa

表 4 WC 組合斷面 LRFD 規範(1999)與理論彎矩強度之誤差表($F_y=50 \text{ ksi}$)

W 型斷面	槽型斷面	理論 L_r (ft)	LRFD L_r (ft)	L_b 為 L_r 時 強度誤差%	L_b 為 50 ft 時 強度誤差%	L_b 為 70 ft 時 強度誤差%
W12x26	C10x15.3	38.9	34.5	-17.6	-18.3	-19.3
W12x26	C12x20.7	50.0	44.2	-18.0	非彈性	-18.5
W14x30	C10x15.3	35.6	32.1	-15.1	-16.7	-17.8
W14x30	C12x20.7	47.1	43.5	-16.1	-16.3	-17.3
W14x43	C12x20.7	44.6	39.3	-17.1	-17.5	-18.6
W14x61	C15x33.9	63.6	54.7	-19.1	非彈性	-19.5
W16x36	C12x20.7	43.9	39.7	-15.3	-15.7	-16.9
W16x36	C15x33.9	61.0	55.1	-15.1	非彈性	-15.6
W16x67	C15x33.9	57.2	50.1	-18.0	非彈性	-19.0
W16x67	MC18x42.7	73.3	63.7	-18.9	非彈性	非彈性
W18x50	C12x20.7	38.4	35.0	-14.3	-15.4	-16.6
W18x50	C15x33.9	59.1	53.3	-14.9	非彈性	-15.7
W18x76	C15x33.9	52.8	47.0	-16.8	非彈性	-18.4
W18x76	MC18x42.7	67.6	59.4	-18.0	非彈性	-18.2
W21x62	C12x20.7	34.8	32.3	-12.1	-13.7	-15.1
W21x62	C15x33.9	52.1	47.7	-13.9	非彈性	-15.2
W21x68	C12x20.7	34.2	31.6	-12.0	-13.5	-14.7
W21x68	C15x33.9	50.9	46.3	-14.2	非彈性	-15.6
W21x101	MC18x42.7	59.5	53.2	-16.3	非彈性	-17.3
W24x62	C12x20.7	33.6	31.5	-10.6	-11.9	-13.0
W24x62	C15x33.9	50.7	47.3	-11.4	非彈性	-12.5
W24x68	C12x20.7	33.2	31.2	-10.3	-12.3	-13.9
W24x68	C15x33.9	48.8	45.2	-12.4	-12.9	-14.1
W24x84	C12x20.7	32.6	30.6	-10.2	-12.2	-13.5
W24x84	C15x33.9	46.0	42.3	-13.1	-13.5	-15.1
W24x104	MC18x42.7	56.3	51.2	-14.5	非彈性	-16.0
W27x84	C15x33.9	44.6	41.7	-11.1	-11.7	-13.5
W27x94	C15x33.9	43.3	40.3	-11.4	-12.2	-14.0
W27x114	C15x33.9	41.5	38.6	-11.4	-12.4	-14.0
W27x146	MC18x42.7	51.5	47.3	-13.0	非彈性	-15.1
W30x99	C15x33.9	41.8	39.5	-9.6	-10.4	-12.2
W30x99	MC18x42.7	53.4	49.9	-11.3	非彈性	-12.9
W30x116	C15x33.9	40.1	37.8	-10.0	-11.2	-13.0
W30x116	MC18x42.7	50.7	47.2	-11.5	非彈性	-13.2
W30x132	C15x33.9	42.6	39.8	-10.1	-11.4	-13.0
W30x173	MC18x42.7	50.7	45.7	-11.5	-11.6	-14.0
W33x118	C15x33.9	39.4	37.5	-8.4	-9.7	-11.7
W33x118	MC18x42.7	49.5	46.7	-9.9	-10.0	-11.8
W33x141	C15x33.9	39.1	36.1	-8.8	-10.3	-12.2
W33x141	MC18x42.7	47.3	44.3	-10.5	-10.8	-12.7
W33x152	MC18x42.7	46.6	43.6	-10.5	-10.9	-12.8
W36x150	C15x33.9	38.5	35.4	-7.7	-9.3	-11.3
W36x150	MC18x42.7	45.8	43.3	-9.4	-9.9	-11.8
W36x170	MC18x42.7	45.6	43.0	-9.5	-10.1	-11.9
W36x194	MC18x42.7	45.8	43.1	-9.4	-9.9	-11.5

誤差% = $\left(\frac{\text{LRFD(1999)彎矩強度} - \text{理論彎矩強度}}{\text{理論彎矩強度}} \right)$

表 5 WC 組合斷面 AISC 規範(2005)與理論彎矩強度之誤差表($F_y=50 \text{ ksi}$)

W 型斷面	槽型斷面	理論 L_r (ft)	AISC L_r (ft)	L_r 之誤差%	L_b 為 50 ft 誤差%	L_b 為 70 ft 誤差%
W12x26	C10x15.3	38.9	32.5	-23.9	-23.4	-21.8
W12x26	C12x20.7	50.0	41.2	-25.3	-25.3	-23.6
W14x30	C10x15.3	35.6	30.6	-21.6	-21.1	-19.7
W14x30	C12x20.7	47.1	39.7	-23.4	-23.2	-21.9
W14x43	C12x20.7	44.6	37.7	-22.0	-21.7	-20.1
W14x61	C15x33.9	63.6	52.1	-23.1	非彈性	-22.7
W16x36	C12x20.7	43.9	37.6	-22.4	-22.2	-21.3
W16x36	C15x33.9	61.0	50.7	-24.7	非彈性	-24.2
W16x67	C15x33.9	57.2	47.5	-23.1	非彈性	-22.6
W16x67	MC18x42.7	73.3	60.2	-24.3	非彈性	非彈性
W18x50	C12x20.7	38.4	33.6	-19.9	-19.8	-18.9
W18x50	C15x33.9	59.1	48.5	-22.2	非彈性	-21.6
W18x76	C15x33.9	52.8	44.7	-23.3	非彈性	-22.2
W18x76	MC18x42.7	67.6	56.2	-23.8	非彈性	-23.8
W21x62	C12x20.7	34.8	31.2	-17.2	-17.5	-16.9
W21x62	C15x33.9	52.1	45.3	-20.4	非彈性	-20.1
W21x68	C12x20.7	34.2	30.6	-16.6	-16.7	-15.8
W21x68	C15x33.9	50.9	44.2	-20.0	非彈性	-19.5
W21x101	MC18x42.7	59.5	50.8	-21.8	非彈性	-22.0
W24x62	C12x20.7	33.6	30.5	-15.5	-15.7	-15.0
W24x62	C15x33.9	50.7	44.9	-18.5	-17.3	-18.2
W24x68	C12x20.7	33.2	30.2	-15.1	-16.2	-16.2
W24x68	C15x33.9	48.8	43.2	-18.7	-18.7	-19.0
W24x84	C12x20.7	32.6	28.9	-14.8	-15.3	-14.7
W24x84	C15x33.9	46.0	40.7	-18.4	-18.5	-18.5
W24x104	MC18x42.7	56.3	49.1	-20.4	非彈性	-21.0
W27x84	C15x33.9	44.6	40.2	-16.6	-17.0	-17.7
W27x94	C15x33.9	43.3	38.9	-16.6	-17.0	-17.5
W27x114	C15x33.9	41.5	37.4	-16.3	-16.6	-16.4
W27x146	MC18x42.7	51.5	45.7	-17.8	非彈性	-18.6
W30x99	C15x33.9	41.8	38.2	-15.0	-15.6	-16.3
W30x99	MC18x42.7	53.4	48.0	-17.5	非彈性	-18.4
W30x116	C15x33.9	40.1	36.6	-14.9	-15.4	-15.8
W30x116	MC18x42.7	50.7	45.6	-16.7	非彈性	-17.4
W30x132	C15x33.9	42.6	35.7	-14.7	-15.2	-15.1
W30x173	MC18x42.7	50.7	54.6	-16.3	-16.3	-17.4
W33x118	C15x33.9	39.4	36.5	-13.4	-14.3	-15.3
W33x118	MC18x42.7	49.5	45.2	-15.3	-15.3	-16.5
W33x141	C15x33.9	39.1	42.8	-13.5	-14.4	-15.0
W33x141	MC18x42.7	47.3	43.0	-15.2	-15.4	-16.3
W33x152	MC18x42.7	46.6	42.3	-15.2	-15.4	-16.0
W36x150	C15x33.9	38.5	34.9	-12.1	-13.2	-14.1
W36x150	MC18x42.7	45.8	42.1	-14.0	-14.3	-15.3
W36x170	MC18x42.7	45.6	40.9	-14.0	-14.4	-15.0
W36x194	MC18x42.7	45.8	40.8	-14.6	-14.8	-14.8

誤差% = $\left(\frac{\text{AISC(2005)彎矩強度} - \text{理論彎矩強度}}{\text{理論彎矩強度}} \right)$

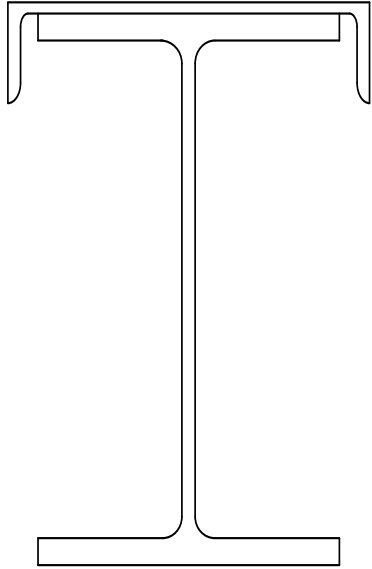


圖 1 W-section with Channel / WC 斷面

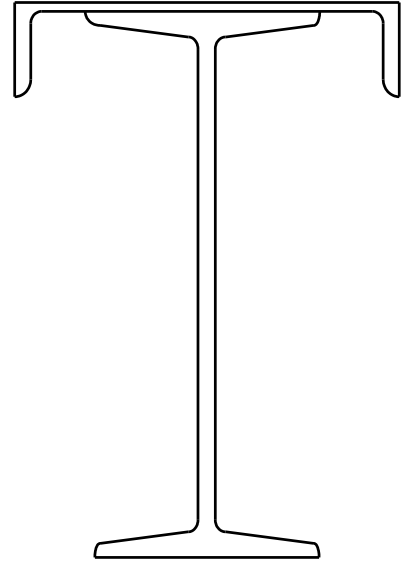


圖 2 S-section with Channel / SC 斷面

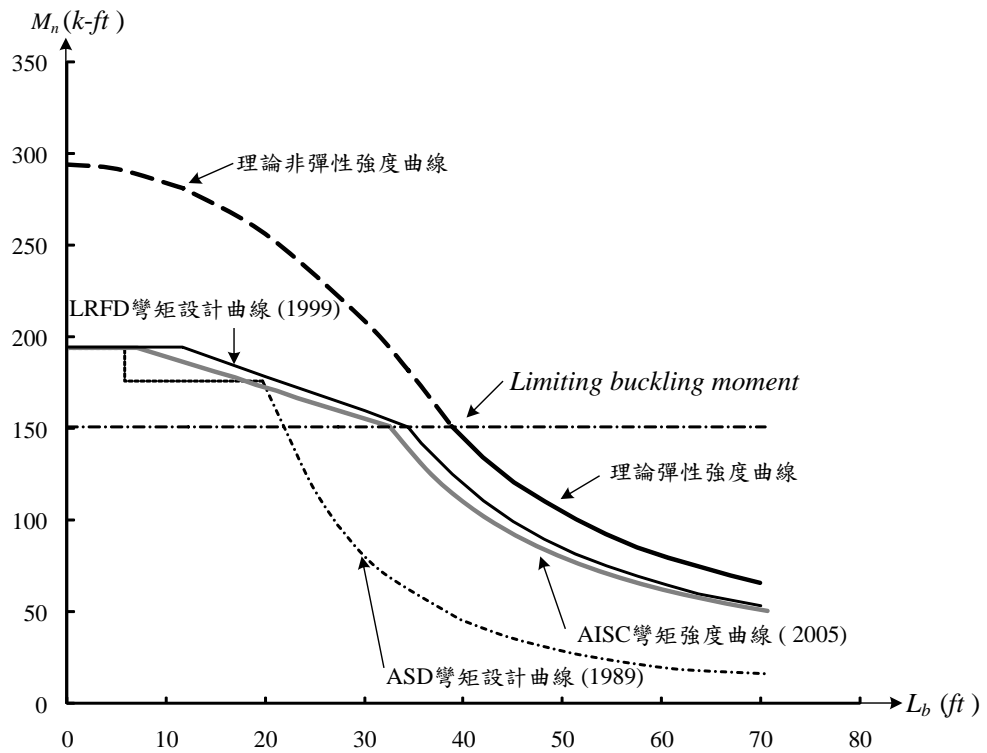


圖 3 $W12 \times 26$ 與 $C10 \times 15.3$ 斷面之理論與各規範之設計強度

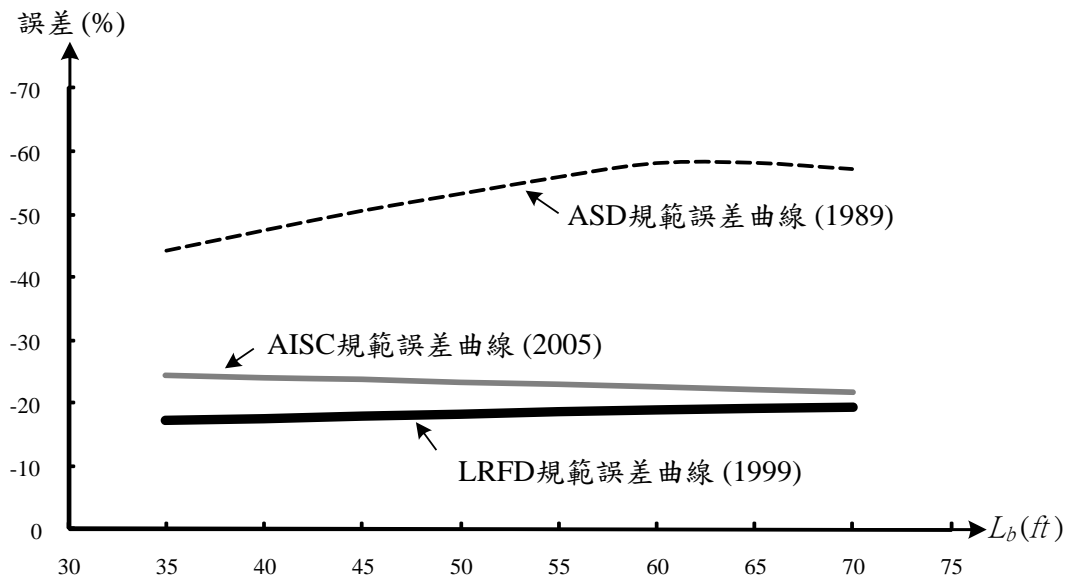


圖 4 $W12 \times 26$ 與 $C10 \times 15.3$ 斷面之理論與規範設計強度之誤差