

部分支撐鋼板之局部挫屈對其分析與設計影響之探討

邵可鏞^{1*}，劉岳唐²

¹義守大學土木與生態工程學系副教授

²義守大學土木與生態工程學系研究所碩士班研究生

摘要

本研究之目的在探討部分支撐鋼板之局部挫屈對其分析及設計之影響。分析及設計 U 型鋼板，可將其模式化為不規則樑中之 U 型鋼板斷面。鋼板之側壁深度與厚度比過大時，會產生局部挫屈變形使鋼板所能抵抗的彎矩降低，對鋼板樑之設計造成不小的衝擊。文中先推導鋼板局部挫屈之公式，並探討其深厚比與挫屈之關連。然後以物件導向程式語言 Visual Basic (V.B) 編寫電腦程式來分析 U 型鋼板。並可以分析 U 型鋼板得到其抵抗之設計彎矩。以實例加以驗證，其結果與參考資料上例題之結果比較，其答案非常精確。

關鍵字：U 型鋼板設計、局部挫屈。

1. 前言

部分支撐鋼板由於受損或設計不當，引起局部挫屈將造成 U 型鋼板之承載力及耐震力不足而引致破壞。分析及設計 U 型鋼板，可將其模式化為不規則樑中之 U 型鋼板樑。對此種 U 型鋼板樑加以探討以求找出其主要之影響因子。在 U 型鋼板的兩側若深厚比過大時會產生挫屈變形，由於挫屈會致使此 U 型鋼板樑的承壓應力降低而導致承受之極限強度彎矩降低，勢必對樑身的設計造成不小的衝擊。本研究先推導鋼板局部挫屈之公式，並探討其深厚比與挫屈之關聯。進而歸納出鋼板承壓應力降低之折減因子值，及其對極限強度彎矩降低之影響。然後以物件導向程式語式 Visual Basic (V.B.) 編寫電腦程式來分析 U 型鋼板，以替代手算分析的繁瑣過程。並可以分析 U 型鋼板得到其抵抗之設計彎矩 M_u ，而以電腦計算之結果做進一步的比較。

國內有關之鋼板電腦輔助程式有限，而本研究以 V.B. 來作為一個程式撰寫語言 [1, 2]，以 V.B. 之指令語法進而開發成一套可計算分析 U 型鋼板樑的分析設計 [3] 程式。

挫屈觀念以材料力學 [4, 5, 6, 7] 中的挫屈來加以推論因而應用於本研究中，來加以分析、探討，並將其相關結果應用於本研究程式中，來加強程式的運算。對於鋼板的分析與設計以國內建技規則及相關鋼板書籍來加以做確認與相較，而整合以上的各種觀念來對此次研究進行探討。

本研究將鋼板的分析及計算編寫為電腦程式 [8]，帶給設計者方便性。選用以物件導向的 V.B. 來讓使用介面簡單化，而有助於程式撰寫時的簡明。考慮局部挫屈對 U 型鋼板樑的設計與分析 [9] 造成影響的電腦輔助分析程式可以更達到人性化與自動化的

設計。而本研究利用相關之例題來做電腦輔助之設計程式之精確性及可用性的一個驗證，以了解挫屈對 U 型鋼板樑的設計與分析所產生的影響。

2. 部分支撐鋼板之局部挫屈

1. 部分支撐鋼板

一般樑斷面為矩型或 T 型樑，但由於特殊需求下結構物就可能用到不規則斷面或 U 型斷面，例如在部分支撐鋼板之橫斷面。此種 U 型斷面分析與矩型斷面分析近似，是考慮受壓應力處所包含的實際面積以求壓力。其分析主要為兩個觀念：一為斷面之應變在變形前為一平面，在受力變形後仍為一平面；另一為斷面上力的平衡性。即斷面取自自由體後力的平衡，壓力 C 等於拉力 T，以及抵抗彎矩等於作用彎矩 [3]。

2. 局部挫屈

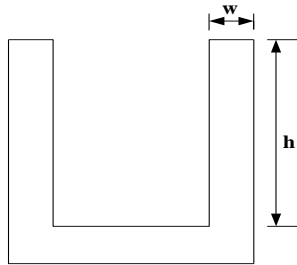


圖 1 U 型斷面

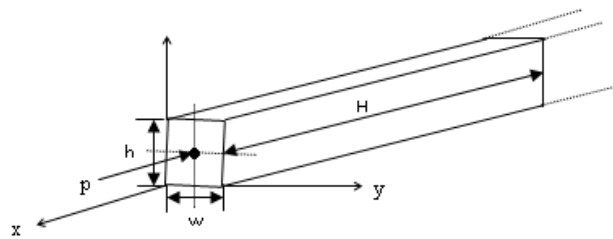


圖 2 wh 斷面長方塊

部分支撐鋼板之橫斷面，可將其模式化為不規則樑中之 U 型鋼板樑斷面，如圖 1 所示，其一側之版寬為 w，深為 h。考慮軸向力作用時版之挫屈現象，可視為長為 H，寬為 h，厚為 w 之版如圖 2 所示，假設此版為 homogeneous 且為 isotropic 的材料，承受軸向 P 力作用時，其微分方程式為

$$D \left(\frac{\delta^4 s}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 s}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 s}{\delta y^4} \right) = P \dots\dots\dots(1)$$

式中：s = 位移 $D = \frac{Ew^3}{12(1-\nu^2)}$ 為勁度(EI)的關係式 ν = 波松比

P=版端之載重， $P = -N_x \frac{\delta^2 s}{\delta x^2}$

得出： $\frac{\delta^4 s}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 s}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 s}{\delta y^4} = -\frac{N_x}{k} \frac{\delta^2 s}{\delta x^2} \dots\dots\dots(2)$

假設： $s = X(x)Y(y) \dots\dots\dots(3)$

$$X(x) = \sin \frac{m\pi x}{H} \dots\dots\dots(4)$$

將式(3)，(4)代入式(2)化簡得

$$\frac{d^4 Y}{dy^4} - 2 \left(\frac{m\pi}{H} \right)^2 \frac{d^2 Y}{dy^2} + \left[\left(\frac{m\pi}{H} \right)^4 - \frac{N_x}{D} \left(\frac{m\pi}{H} \right)^2 \right] Y = 0$$

其中， $Y = C_1 \sin \alpha y + C_2 \cos \alpha y + C_3 \sin \beta y + C_4 \cos \beta y$

挫屈 $\cos \beta \frac{h}{2} = 0$ ， $\beta \frac{h}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{(2n-1)\pi}{2}$

整理之 $\beta^2 = \frac{\pi^2}{h^2} = -\left(\frac{m\pi}{H}\right)^2 + \sqrt{\frac{N_x}{D} \left(\frac{m\pi}{H}\right)^2}$ ， $\frac{N_x}{D} \left(\frac{m\pi}{H}\right)^2 = \left[\frac{\pi^2}{h} + \left(\frac{m\pi}{H}\right)^2\right]^2$

$F_{cr} w = N_x = \frac{D\pi^2}{h^2} \left[\frac{1}{m} \frac{H}{h} + m \frac{h}{H}\right]^2$ ， $D = \frac{Ew^3}{12(1-\mu^2)}$ 為勁度性質項

$F_{cr} w = N_x = \frac{D\pi^2}{h^2} \left[\frac{1}{m} \frac{H}{h} + m \frac{h}{H}\right]^2 \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(h/w)^2}$ (5)

令 $K = \left[\frac{1}{m} \frac{H}{h} + m \frac{h}{H}\right]^2$ 代入式(5)，得 $F_{cr} = \frac{K}{(h/w)^2} \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)}$

$K = \left[\frac{1}{m} \frac{H}{h} + m \frac{h}{H}\right]^2$ ， $m = \frac{H}{h}$

當 $K < 4$ ，挫屈， $\lambda^2 = \frac{F_{cr}}{F_{cs}}$

$\lambda^2 = \left(\frac{h}{w}\right)^2 F_{cs} \left[\frac{12(1-\mu^2)}{\pi E}\right] \frac{1}{K}$ ， $\frac{h}{w} = \left(\frac{\lambda^2 \pi^2 E}{12 F_{cs} (1-\mu^2) K}\right)^{\frac{1}{2}}$

彈性時，當 $\lambda = 1.0$ 時， $\frac{h}{w} = 161.8 \sqrt{\frac{K}{F_{cs}}}$

非彈性時， $\frac{h}{w} = 0.72(161.8) \sqrt{\frac{K}{F_{cs}}} = 116.5 \sqrt{\frac{K}{F_{cs}}}$

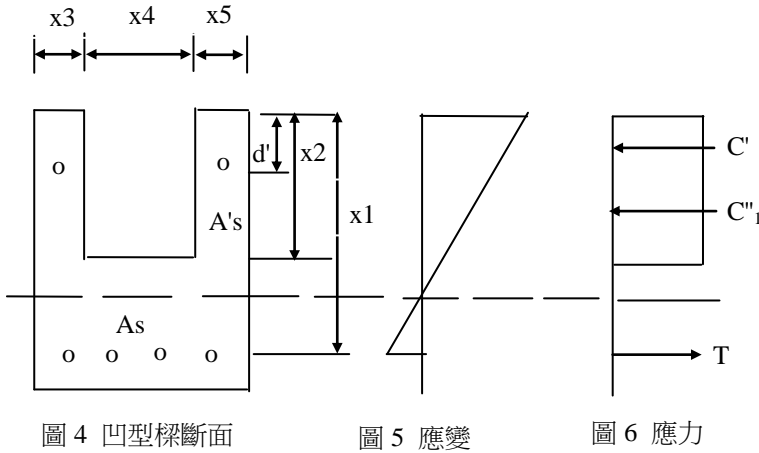
由其邊界條件決定 K 值當版承受非彈性轉力，此時其與塑性容量相關之細長參數 λ_p 可降為 $\frac{h_c}{H} = \lambda_p = \frac{52}{\sqrt{F_{cs}}}$ 。以 A36 鋼 $F_{cs} = F_y = 36 \text{ksi}$ 來說，其 $\frac{h}{w} < 8.67 \left(= \frac{52}{6} \right)$ ，W18×50 時 $\frac{h}{t} < 6.6$ 。

對鋼筋混凝土結構而言，其應力與應變為非線性關係。故參考以上數值，在保守的情況下，令 $F_{cr} = \alpha F_{cs}$ ，因為 $\lambda^2 = F_{cs} / F_{cr}$ ，故將 F_{cr} 代入整理得 $\alpha = \frac{1}{\lambda^2}$ 。由於 $\frac{h}{w} = 6$ 時 $\lambda = 1.0$ ， $\alpha = 1.0$ ，依等此關係可得當 $\frac{h}{w} > 6$ 時，採用 $\lambda^2 = (h/w)^2 / 36$ 故亦可得 $\lambda = (6/(h/w))^2$ 。將 α 與 $\frac{h}{w}$ 關係列於表一所示。採用 $\frac{h}{w} < 6$ 為佳；若大於 6 時，應輸入 α 修正值，以考慮局部挫屈。

h/w	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0
α	1.0	0.73	0.56	0.44	0.36	0.3	0.25

表一 修正值 與深厚比(h/w)對照表

3、U 型樑分析之演算法



已知 \$x_1\$、\$x_2\$、\$x_3\$、\$x_4\$、\$x_5\$、\$d'\$、\$\epsilon_s\$、

\$E_c\$、\$A_s\$、\$A_s''\$ (抗壓筋斷面積)，

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$$

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c \cdot (x_3 + x_5)}$$

$$\rho_b = 0.85 \beta \left(\frac{f_c}{f_y} \right) \left(\frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b$$

$$\rho = \frac{A_s}{X_2(X_3 + X_5) + (X_1 - X_2)(X_3 + X_4 + X_5)}$$

假如 \$\rho > \rho_{\max}\$

則 情況一：(此需加壓力筋)

$$X_b = \frac{6120}{6120 + f_y}$$

$$\epsilon_s' = \left(\frac{x_b - 5}{x_b} \right) \epsilon_c \quad , \quad f_s' = f_y$$

$$\rho_s = \rho - 0.75 \rho_b$$

$$A_s' = \rho_s ((X_2(X_3 + X_5)) + (X_1 - X_2)(X_3 + X_4 + X_5))$$

$$T = A_s f_y$$

$$C_1' = 0.85 f_c \beta (x_3 + x_5) x \quad , \quad C_1'' = 0.003 A_s'' \epsilon_s \frac{x - d'}{x}$$

由 \$C_1' + C_1'' = T\$ 可得 \$X\$ 的一元二次方程式，解得 \$X\$ 值得壓力區深度 \$a\$ 為 \$a = \beta X\$，代入得壓力 \$C_1'\$ 及 \$C_1''\$

$$C_1' = 0.85 f_c \beta (x_3 + x_5) x \quad , \quad C_1'' = 0.003 A_s'' \epsilon_s \frac{x - d'}{x}$$

$$M_n = C_1' \left(X_1 - \frac{a}{2} \right) + C_1'' (X_1 - d') \quad , \quad M_u = \Phi M_n$$

情況二：(此為單筋分析)

$$C = \frac{0.85 f_c (x_2(x_3 + x_5)) + (x_3 + x_4 + x_5)(a - x_2)}{1000}$$

$$T = \frac{A_s f_y}{1000}$$

$$a = \frac{1000T / 0.85 f_c - (x_2(x_3 + x_5))}{x_3 + x_4 + x_5} + x_2 \quad , \quad x = \frac{a}{0.85}$$

$$C_1' = \frac{0.85f_c(x_2(x_3 + x_5))}{1000}, \quad C_1'' = \frac{0.85f_c(x_3 + x_4 + x_5)(a - x_2)}{1000}$$

$$M_u = \Phi(C_1'(X_1 - \frac{X_2}{2}) + C_1''(X_1 - (X_2 + \frac{a-10}{2}))) / 100$$

3. 範例

範例為參考文獻[3]之例題，用以驗證電腦程式之正確性。凹形樑斷面如圖所示，用4支9號鋼筋，鋼筋強度 $f_y=3500\text{kg/cm}^2$ ，混凝土強度 $f'_c=280\text{kg/cm}^2$ ，試求設計強度 M_u 彎矩。範例之結果如圖8至9所示與參考文獻中之例題結果相同，其樑斷面所能抵抗之設計彎矩

$M_u = 25.43 \text{ t-m}$ ，其值非常精確。

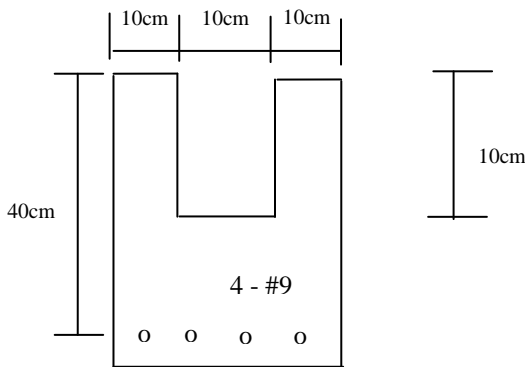


圖 7. U 型樑斷面

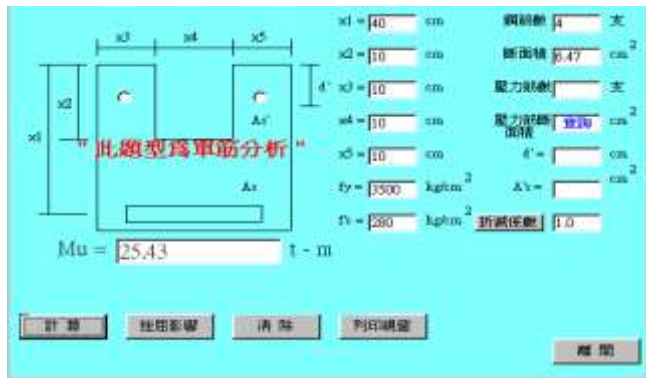


圖 8 範例執行的結果

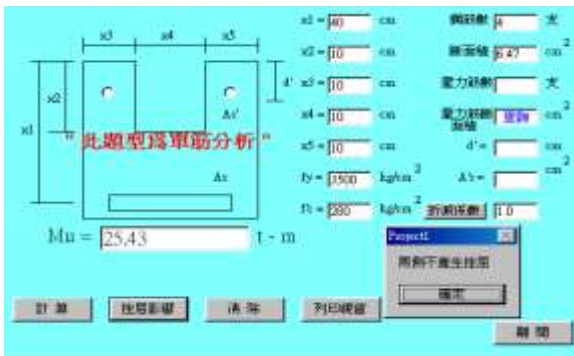


圖 9(a) 挫曲判別的結果

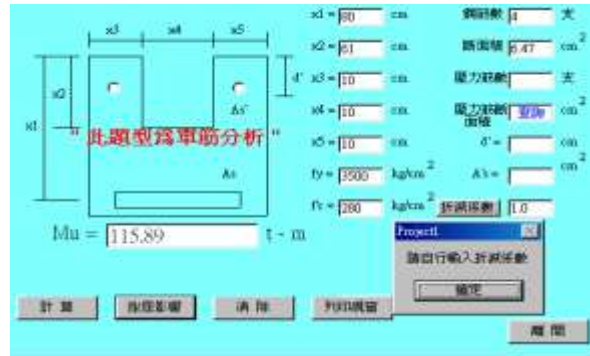


圖 9(b) 挫曲判別的結果

對鋼筋混凝土結構而言，其應力與應變為非線性關係，但是對鋼結構而言，其應力與應變在達到鋼的降服應力之前，則為線性關係。故參考以上數值，在保守的情況下，令 $F_{cr} = \alpha F_{cs}$ 。

採用 $\frac{h}{w} < 6$ 為佳；若大於 6 時，應輸入 α 修正值，以考慮局部挫屈。

4. 結論

本研究以部分支撐鋼板中之 U 型鋼板斷面為模式來對部分支撐鋼板之局部挫屈對其分析與設計之影響加以探討並以物件導向程式語言 VB 來編寫電腦程式，以作為設計與分析上之參考依據及輔助工具。現將所獲得之結論整理如下：

- (1) 由於 U 型鋼板的受力模式相當複雜，因挫屈而改變的極限強度彎矩受到鋼板承壓應力強度的影響很大。U 型鋼板在局部挫屈時，必須對鋼板的應力乘以折減係數 α 值來做考量。所以 U 型鋼板的極限強度彎矩亦乘以折減係數 α 值。
- (2) 本研究所編寫的電腦程式使用物件導向程式語言技巧將輸入值整合成一完整介面。
- (3) 本研究之電腦程式可擴展到網路上執行將設計完成的程式置放於固定的網站主機上，讓遠端的使用者也能分享這程式的方便性，另一方面更可減少程式攜帶上的不方便性，即使遠在他地也可以利用連線方式來立即分析結果。也可應用在教學上，讓學生在進行分析計算時，同時利用電腦輔助對其結果準確性，以即時運算來做確認，作為教學上的一種輔助工具[8]。
- (4) 本研究之電腦程式可發展其他各種不定型樑分析。目前以發展槽(channel)型樑分析為主，未來將以發展其他設計程式及其他各種不定型樑的分析與設計，在結合以上所提的整合介面，讓此程式更能廣泛應用於各種不定型樑的分析與設計上。更可結合其他相關計算分析程式成為一個介面，讓所有鋼板的計算分析或設計問題整合為一個電腦輔助程式即可。以達到多功能性為主要目標[8]。

5. 誌謝

本研究承蒙義守大學計畫編號 ISU100-02-01 之經費補助，謹此誌謝。

6. 參考文獻

- (1) 黃明達，in: “Visual Basic 6.0 範例與解析”，松崗出版社博士群工作室，臺灣，1999，第 9-1~9-22 頁。
- (2) 黃世陽、吳明哲，in: “Visual Basic 6.0 學習範本”，松崗出版社，臺灣，1999，第 2-1~2-44 頁。
- (3) 邵可鏞，in: “鋼筋混凝土學”，五南出版社，臺灣，1999，第 106-109 頁。
- (4) 曾豪，in: “全方位材料力學(下)”，鼎茂出版社，臺灣，1998，第 699-701 頁。
- (5) 蘇金佳譯，in: “材料力學(下)”，東華出版社，臺灣，2000，第 916-935 頁。
- (6) Irving H. Shames and Francis A. Cozzarelli，in: Elastic and Inelastic Stress Analysis、Prentice Hall、USA、1994、pp. 424-633.
- (7) Robert Englekirk，in: Steel Structures Controlling Behavior Through Design、John Wiley&Sons, INC.、USA、1996、pp. 270-280.
- (8) 楊紹興、趙家駿、陳奎言、鄭鴻文、劉峻昇，in: “不規則樑的設計與分析”，義守土木，義守大學土木與生態工程學系，臺灣，2000。
- (9) S. Timoshenko and . Woinowsky-Krieger，in: “Theory of Plates and Shells, 2nd Edition”、McGraw-Hill Book Company, Inc.、New York、1959、pp. 79-82。

An Investigation of Local Buckling on the Design and Analyses of Partially Supported Steel Plates

Ko-Young Shao^{1*}, Yueh-Tang Liu²

¹Associate Professor, Department of Civil Engineering, I -Shou University

²graduate student, Department of Civil Engineering, I -Shou University

ABSTRACT

The effects of the local buckling on the design and analyses of partially supported steel plates were investigated. The U shape steel plate can be modulated as a U shape steel plate section. The depth/thickness ratio of the steel plate can affect the local buckling. Therefore, major effects of the steel plate beam can be occurred. To develop the design and analysis program of the U shape steel plate, Visual Basic language was used. The effects of local buckling due to ultimate bending moment will be considered. The adjusting coefficients were implemented to the local buckling of U shape steel plate. The computer program of the design and analysis of U shape steel plate with the adjusting coefficients was developed. The results were compared with textbook examples. Excellent agreements can be reached.

Keyword: U shape steel plate design, local buckling