

# AISC 鋼柱之彈性與非彈性分析-ASD 和 LRFD

◎黃尊宏<sup>1</sup>、呂東苗<sup>2</sup>

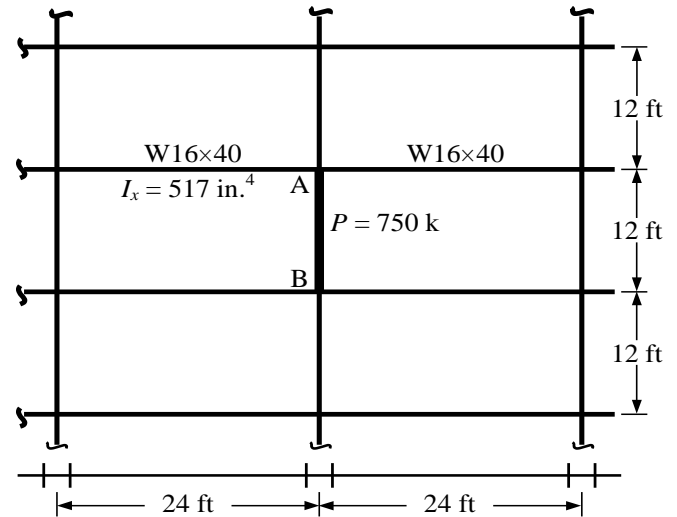
## 一、前言

目前國內工程界在處理鋼柱構件之強度評估時，係以內政部營建署核准之容許應力設計法(ASD)與極限設計法(LRFD)兩套中文規範為分析設計之依據。上述兩套中文規範係以美國 AISC 規範為基礎，融入國內常用之公制單位撰寫而成。為方便業界設計需求，中華民國結構工程學會(1997、2003)、中華民國鋼結構協會(2012)也出版配套之 TISC-ASD 與 TISC-LSD 設計手冊，惟提供之斷面相當有限，且僅能處理保守之鋼柱彈性分析，無法進行較深入之鋼柱非彈性評估與設計，致無法獲得較為經濟之設計斷面。本研究針對上述問題，提供示範設計例題，直接使用 AISC 規範與 AISC 設計手冊(1989-ASD 與 2005-LRFD)進行鋼柱強度之彈性與非彈性分析與設計。進行鋼柱強度之非彈性分析時會面臨有效長度因子(Effective Length Factor, K)與勁度折減因子(Stiffness Reduction Factor, SRF)之取得，惟設計手冊查表準確度不夠，為彌補 AISC 設計手冊此項缺失，本文引用較準確之法國公式為校正依據。本研究將引導業界工程師充分了解與執行美國 AISC-ASD 與 AISC-LRFD 對鋼柱構件之彈性與非彈性分析與設計。

## 二、示範例題：

有一無側撐制式鋼結構建築，其部份樑柱系統如圖一所示，又樑柱系統中樑之斷面已知為 W16×40。試根據 AISC-ASD (1989)之彈性與非

彈性分析，選擇一 W14 為柱子 AB 之設計斷面，假設它必須承受之服務載重為 750 kips，只考慮在平面內的梁柱行為。使用鋼材為 A36 型鋼( $F_y = 36$  ksi)。假設柱子 AB 之上部與下部柱子斷面尺寸同柱 AB，以方便訂料。



圖一.設計實例

使用 ASD 設計 (1989 AISC-ASD)

(1-A)、1989 AISC-ASD 彈性分析：

試選 W14×145 (設計手冊 P.1-24)

( $I_x = 1710$  in<sup>4</sup>,  $r_x = 6.33$  in,  $A = 42.7$  in<sup>2</sup>)

柱子 y 向容許軸力：(設計手冊 P.3-22)

( $KL$ )<sub>y</sub> = 12 ft  $\Rightarrow P_a = 832 > 750$  kips

柱子 x 向容許軸力：

$$G_A = G_B = \frac{\sum (I/L)_c}{\sum (I/L)_g} = \frac{2(1710/12)}{2(517/24)} = 6.62$$

根據  $G_A = G_B = 6.62$  與 AISC-ASD 設計手冊 P.3-5

圖表可得  $K = 2.55$ 。使用法國規範檢查 K 值：

<sup>1</sup>中興大學土木工程系 研究生

<sup>2</sup>中興大學土木工程系 教授

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 2.51$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(6.62)(6.62) + 4(6.62 + 6.62) + 7.5}{6.62 + 6.62 + 7.5}}$$

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} = 126.1 \quad (\text{設計手冊 P.5-42})$$

$$KL/r_x = 2.51(12)(12)/6.33 = 57.10$$

$$KL/r_x = 57.10 < C_c = 126.1$$

$$\Rightarrow F_a = 17.71 + 0.1 \times (17.62 - 17.71)$$

$$= 17.70 \text{ ksi} \quad (\text{設計手冊 P.3-16})$$

根據 ASD 設計手冊 P.5-42 容許應力

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \cdot F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{(57.10)^2}{2(126.1)^2}\right) \cdot 36}{\frac{5}{3} + \frac{3(57.10)}{8(126.1)} - \frac{(57.10)^3}{8(126.1)^3}} = 17.70 \text{ ksi}$$

$$P_{allow} = 17.70(42.7) = 755.79 \text{ kips}$$

$$P_{allow} \approx 756 > 750 \text{ kips} \quad \text{OK}$$

因此 W14×145 為彈性分析之選用斷面。

(1-B)、1989 AISC-ASD 非彈性分析：

試選 W14×132： (設計手冊 P.1-26)

$$(I_x = 1530 \text{ in}^4, r_x = 6.28 \text{ in}, A = 38.8 \text{ in}^2)$$

柱子 y 向容許軸力：(設計手冊 P.3-22)

$$(KL)_y = 12 \text{ ft} \Rightarrow P_a = 750 \approx 750 \text{ kips}$$

柱子 x 向容許軸力：計算彈性 G 值

$$G_A = G_B = \frac{\sum (I/L)_c}{\sum (I/L)_g} = \frac{2(1530/12)}{2(517/24)} = 5.92$$

根據  $G_A = G_B = 5.92$  與 ASD 設計手冊 P.3-5

圖表可得  $K = 2.40$ 。使用法國規範檢查 K 值：

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 2.39$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(5.92)(5.92) + 4(5.92 + 5.92) + 7.5}{5.92 + 5.92 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 2.39(12)(12)/6.28 = 54.80 < C_c = 126.1$$

因為  $KL/r_x < C_c$  代表這柱子在非彈性範圍內

當  $KL/r_x = 54.80$   $F_y = 36 \text{ ksi}$

根據 ASD 設計手冊 P.5-42 容許應力

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \cdot F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{(54.80)^2}{2(126.1)^2}\right) \cdot 36}{\frac{5}{3} + \frac{3(54.80)}{8(126.1)} - \frac{(54.80)^3}{8(126.1)^3}} = 17.92 \text{ ksi}$$

$$\Rightarrow F_a = 17.92 \text{ ksi} \quad (\text{設計手冊 P.3-16})$$

根據 ASD 設計手冊 P.5-42

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2} = \frac{12(29000)(\pi)^2}{23(54.80)^2} = 49.73 \text{ ksi}$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \frac{F_a}{F'_e} G_{elastic}$$

$$= \left(\frac{17.92}{49.73}\right) 5.92 = 2.133$$

根據  $G_A = G_B = 2.133$  與 ASD 設計手冊 P.3-5

圖表可得  $K = 1.64$ 。使用法國規範檢查 K 值：

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.65$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(2.133)(2.133) + 4(2.133 + 2.133) + 7.5}{2.133 + 2.133 + 7.5}}$$

上述  $K$  值已經從原彈性  $K=2.39$  顯著降低，設計者可保守地使用  $K=1.65$  為計算值，但要得到更精準  $K$  值必須有更多重複計算，直到  $K$  值收斂才可獲得非彈性分析值。重複計算說明如下：

$$KL/r_x = 1.65(12)(12)/6.28 = 37.83$$

根據 ASD 設計手冊 P.5-42 容許應力

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \cdot F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{(37.83)^2}{2(126.1)^2}\right) \cdot 36}{\frac{5}{3} + \frac{3(37.83)}{8(126.1)} - \frac{(37.83)^3}{8(126.1)^3}} = 19.36 \text{ ksi}$$

$$\Rightarrow F_a = 19.36 \text{ ksi} \quad (\text{設計手冊 P.3-16})$$

前後容許應力 ( $F_a$ ) 值比較：

$$\text{比值: } 17.92 / 19.36 = 0.9256 = 92.56\%$$

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2} = \frac{12(29000)(\pi)^2}{23(37.83)^2} = 104.35 \text{ ksi}$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \frac{F_a}{F'_e} G_{elastic}$$

$$= \left(\frac{19.36}{104.35}\right) 5.92 = 1.098$$

根據  $G_A = G_B = 1.098$  與設計手冊 P.3-5

圖表可得  $K = 1.37$  使用法國規範檢查  $K$  值：

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.371$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(1.098)(1.098) + 4(1.098 + 1.098) + 7.5}{1.098 + 1.098 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 1.371(12)(12)/6.28 = 31.44$$

根據 ASD 規範 P.5-42

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \cdot F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{(31.44)^2}{2(126.1)^2}\right) \cdot 36}{\frac{5}{3} + \frac{3(31.44)}{8(126.1)} - \frac{(31.44)^3}{8(126.1)^3}} = 19.84 \text{ ksi}$$

$$\Rightarrow F_a = 19.84 \text{ ksi} \quad (\text{設計手冊 P.3-16})$$

前後容許應力 ( $F_a$ ) 值比較：

$$\text{比值: } 19.36 / 19.84 = 0.9758 = 97.58\%$$

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2} = \frac{12(29000)(\pi)^2}{23(31.44)^2} = 151.07 \text{ ksi}$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \frac{F_a}{F'_e} G_{elastic}$$

$$= \left(\frac{19.84}{151.07}\right) 5.92 = 0.777$$

根據  $G_A = G_B = 0.777$  與設計手冊 P.3-5

圖表可得  $K = 1.27$  使用法國規範檢查  $K$  值：

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.273$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(0.777)(0.777) + 4(0.777 + 0.777) + 7.5}{0.777 + 0.777 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 1.273(12)(12)/6.28 = 29.19$$

根據 ASD 規範 P.5-42

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \cdot F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{(29.19)^2}{2(126.1)^2}\right) \cdot 36}{\frac{5}{3} + \frac{3(29.19)}{8(126.1)} - \frac{(29.19)^3}{8(126.1)^3}} = 20.00 \text{ ksi}$$

$$\Rightarrow F_a = 20.00 \text{ ksi} \quad (\text{設計手冊 P.3-16})$$

前後容許應力 ( $F_a$ ) 值比較:

$$\text{比值: } 19.84 / 20.00 = 0.9920 = 99.2\%$$

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2} = \frac{12(29000)(\pi)^2}{23(29.19)^2} = 175.26 \text{ ksi}$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \frac{F_a}{F'_e} G_{elastic}$$

$$= \left(\frac{20.00}{175.26}\right) 5.92 = 0.676$$

根據  $G_A = G_B = 0.676$  與設計手冊 P.3-5

圖表可得  $K = 1.25$  使用法國規範檢查  $K$  值:

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.241$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(0.676)(0.676) + 4(0.676 + 0.676) + 7.5}{0.676 + 0.676 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 1.241(12)(12)/6.28 = 28.46$$

根據 ASD 規範 P.5-42

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \cdot F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{(28.46)^2}{2(126.1)^2}\right) \cdot 36}{\frac{5}{3} + \frac{3(28.46)}{8(126.1)} - \frac{(28.46)^3}{8(126.1)^3}} = 20.05 \text{ ksi}$$

$$\Rightarrow F_a = 20.05 \text{ ksi} \quad (\text{設計手冊 P.3-16})$$

前後容許應力 ( $F_a$ ) 值比較:

$$\text{比值: } 20.00 / 20.05 = 0.9975 = 99.75\%$$

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2} = \frac{12(29000)(\pi)^2}{23(28.46)^2} = 184.37 \text{ ksi}$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \frac{F_a}{F'_e} G_{elastic}$$

$$= \left(\frac{20.05}{184.37}\right) 5.92 = 0.644$$

根據  $G_A = G_B = 0.644$  與設計手冊 P.3-5

圖表可得  $K = 1.24$  使用法國規範檢查  $K$  值:

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.231$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(0.644)(0.644) + 4(0.644 + 0.644) + 7.5}{0.644 + 0.644 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 1.231(12)(12)/6.28 = 28.23$$

根據 ASD 規範 P.5-42

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \cdot F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{(28.23)^2}{2(126.1)^2}\right) \cdot 36}{\frac{5}{3} + \frac{3(28.23)}{8(126.1)} - \frac{(28.23)^3}{8(126.1)^3}} = 20.06 \text{ ksi}$$

$$\Rightarrow F_a = 20.06 \text{ ksi} \quad (\text{設計手冊 P.3-16})$$

前後容許應力 ( $F_a$ ) 值比較:

比值:  $20.05 / 20.06 = 0.9995 = 99.95\%$

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2} = \frac{12(29000)(\pi)^2}{23(28.23)^2} = 187.38 \text{ ksi}$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \frac{F_a}{F'_e} G_{elastic}$$

$$= \left( \frac{20.06}{187.38} \right) 5.92 = 0.634$$

根據  $G_A = G_B = 0.634$  與設計手冊 P.3-5

圖表可得  $K = 1.22$  使用法國規範檢查  $K$  值:

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.228$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(0.634)(0.634) + 4(0.634 + 0.634) + 7.5}{0.634 + 0.634 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 1.228(12)(12)/6.28 = 28.16$$

根據 ASD 規範 P.5-42

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \cdot F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{(28.16)^2}{2(126.1)^2}\right) \cdot 36}{\frac{5}{3} + \frac{3(28.16)}{8(126.1)} - \frac{(28.16)^3}{8(126.1)^3}} = 20.07 \text{ ksi}$$

$$\Rightarrow F_a = 20.07 \text{ ksi} \quad (\text{設計手冊 P.3-16})$$

前後容許應力 ( $F_a$ ) 值比較:

比值:  $20.06 / 20.07 = 0.9995 = 99.95\%$

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2} = \frac{12(29000)(\pi)^2}{23(28.16)^2} = 188.32 \text{ ksi}$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \frac{F_a}{F'_e} G_{elastic}$$

$$= \left( \frac{20.07}{188.32} \right) 5.92 = 0.631$$

根據  $G_A = G_B = 0.631$  與設計手冊 P.3-5

圖表可得  $K = 1.22$  使用法國規範檢查  $K$  值:

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.227$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(0.631)(0.631) + 4(0.631 + 0.631) + 7.5}{0.631 + 0.631 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 1.227(12)(12)/6.28 = 28.14$$

根據 ASD 規範 P.5-42

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \cdot F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{(28.14)^2}{2(126.1)^2}\right) \cdot 36}{\frac{5}{3} + \frac{3(28.14)}{8(126.1)} - \frac{(28.14)^3}{8(126.1)^3}} = 20.07 \text{ ksi}$$

$$\Rightarrow F_a = 20.07 \text{ ksi} \quad (\text{設計手冊 P.3-16})$$

前後容許應力 ( $F_a$ ) 值比較:

比值:  $20.07 / 20.07 = 1.0 = 100\%$

上述比值說明  $K$  值已經收斂且最後  $K$  值

為 1.22, 因此柱子  $x$  向容許軸力為

$$P_{allow} = F_a \times A_g = 20.07 (38.8) = 778.72 \text{ kips}$$

$$P_{allow} \approx 779 > 750 \text{ kips} \quad \text{OK}$$

使用 W14×132 作為非彈性設計斷面

根據 1989 AISC-ASD 設計結果:

彈性分析使用 W14×145; 非彈性分析使

用 W14×132

(2)、2005 AISC-LRFD 設計

重複上述問題使用 2005 AISC-LRFD 與設計條件如下：鋼材  $F_y = 50$  ksi，設計載重  $P_u = 1300$  kips，有效長度  $K_y L_y = 12$  ft。

(2-A)、2005 AISC-LRFD 彈性分析：

試選 W14×120 (設計手冊 P.1-22)

( $I_x = 1380$  in<sup>4</sup>,  $r_x = 6.24$  in,  $A = 35.3$  in<sup>2</sup>)

柱子 y 向容許軸力：(設計手冊 P.4-13)

$$K_y L_y = 1.0 \times 12 = 12 \text{ ft}$$

$$\Rightarrow (\phi P_n) = 1430 > 1300 \text{ kips (OK)}$$

柱子 x 向容許軸力：

$$G_A = G_B = \frac{\sum (I/L)_c}{\sum (I/L)_g} = \frac{2(1380/12)}{2(517/24)} = 5.34$$

根據  $G_A = G_B = 5.34$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K = 2.30$  使用法國規範檢查  $K$  值：

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 2.296$$
$$= \sqrt{\frac{1.6(5.34)(5.34) + 4(5.34 + 5.34) + 7.5}{5.34 + 5.34 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 2.296(12)(12)/6.24 = 52.98$$

設計手冊 P.16.1-33 / E3-2 / E3-3 / E3-4

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 29000}{(52.98)^2} = 101.97 \text{ ksi}$$

$$\frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{or } F_e \geq 0.44F_y)$$

$$\Rightarrow F_{cr(inelastic)} = \left[ 0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] F_y$$

$$\frac{KL}{r} > 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{or } F_e < 0.44F_y)$$

$$\Rightarrow F_{cr(elastic)} = 0.877F_e$$

$$4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{29000}{50}} = 113.43 \geq \frac{KL}{r} = 52.98$$

$$\therefore \phi F_{cr(inelastic)} = 0.9 \cdot \left[ 0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] \cdot F_y$$

$$= 0.9 \cdot \left[ 0.658 \frac{50}{101.97} \right] \cdot 50 = 36.65 \text{ ksi}$$

或使用設計手冊 P.4-319 查表得到  $\phi F_{cr}$

$$\phi F_{cr} = 36.7 + 0.08 \times (36.4 - 36.7) = 36.68 \text{ ksi}$$

$$\phi P_n = \phi F_{cr} \times A_g = 36.68 \times 35.3 = 1294.8 \text{ kips}$$

$$\phi P_n \approx 1295 < 1300 \text{ kips (NG)}$$

嘗試較大的斷面 W14×132 / 手冊 P.1-22

( $I_x = 1530$  in<sup>4</sup>,  $r_x = 6.28$  in,  $A = 38.8$  in<sup>2</sup>)

柱子 y 向容許軸力：(設計手冊 P.4-13)

$$K_y L_y = 1.0 \times 12 = 12 \text{ ft}$$

$$\Rightarrow (\phi P_n) = 1570 > 1300 \text{ kips (OK)}$$

柱子 x 向容許軸力：

$$G_A = G_B = \frac{\sum (I/L)_c}{\sum (I/L)_g} = \frac{2(1530/12)}{2(517/24)} = 5.92$$

根據  $G_A = G_B = 5.92$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K = 2.39$  使用法國規範檢查  $K$  值：

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 2.39$$
$$= \sqrt{\frac{1.6(5.92)(5.92) + 4(5.92 + 5.92) + 7.5}{5.92 + 5.92 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 2.39(12)(12)/6.28 = 54.80$$

設計手冊 P.16.1-33 / E3-2 / E3-3/ E3-4

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 29000}{(54.80)^2} = 95.31 \text{ ksi}$$

$$4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{29000}{50}} = 113.43 \geq \frac{KL}{r} = 54.80$$

$$\begin{aligned} \therefore \phi F_{cr(inelastic)} &= 0.9 \cdot \left[ 0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] \cdot F_y \\ &= 0.9 \cdot \left[ 0.658 \frac{50}{95.31} \right] \cdot 50 = 36.13 \text{ ksi} \end{aligned}$$

或使用設計手冊 P.4-319 查表得到  $\phi F_{cr}$

$$\phi F_{cr} = 36.4 + 0.80 \times (36.1 - 36.4) = 36.16 \text{ ksi}$$

$$\phi P_n = \phi F_{cr} \times A_g = 36.16 \times 38.8 = 1403.01 \text{ kips}$$

$$\phi P_n \approx 1403 > 1300 \text{ kips (OK)}$$

⇒ 使用 W14×132 作為彈性設計斷面

(2-B)、2005 AISC-LRFD 非彈性分析:

試選 W14×1 (設計手冊 P.1-22)

$$(I_x = 1380 \text{ in}^4, r_x = 6.24 \text{ in}, A = 35.3 \text{ in}^2)$$

柱子 y 向容許軸力: (設計手冊 P.4-13)

$$K_y L_y = 1.0 \times 12 = 12 \text{ ft}$$

$$\Rightarrow (\phi P_n) = 1430 > 1300 \text{ kips (OK)}$$

柱子 x 向容許軸力:

$$G_A = G_B = \frac{\sum (I/L)_c}{\sum (I/L)_g} = \frac{2(1380/12)}{2(517/24)} = 5.34$$

根據  $G_A = G_B = 5.34$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K=2.30$  使用法國規範檢查  $K$  值:

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 2.296$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(5.34)(5.34) + 4(5.34 + 5.34) + 7.5}{5.34 + 5.34 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 2.296(12)(12)/6.24 = 52.98$$

設計手冊 P.16.1-33 / E3-2 / E3-3/E3-4

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 29000}{(52.98)^2} = 101.97 \text{ ksi}$$

$$4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{29000}{50}} = 113.43 \geq \frac{KL}{r} = 52.98$$

$$\therefore \phi F_{cr(inelastic)} = 0.9 \cdot \left[ 0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] \cdot F_y$$

$$= 0.9 \cdot \left[ 0.658 \frac{50}{101.97} \right] \cdot 50 = 36.65 \text{ ksi}$$

$$\phi F_{cr(elastic)} = 0.9 \times 0.877 \times F_e = 80.48 \text{ ksi}$$

$\tau_a$  根據 AISC-LRFD 提供公式計算:

$$\begin{aligned} SRF = \tau_a &= \frac{\pi^2 E_t / (KL/r)^2}{\pi^2 E / (KL/r)^2} \\ &= \frac{E_t}{E} \approx \frac{\phi F_{cr(inelastic)}}{\phi F_{cr(elastic)}} = \frac{36.65}{80.48} = 0.455 \end{aligned}$$

$SRF = \tau_a$  可由設計手冊 (P.4-317, P.4-319)

查表得之: 根據設計手冊 P.4-319 與

$$KL/r_x = 2.296(12)(12)/6.24 = 52.98$$

$$\Rightarrow \phi F_{cr} = 36.9 + 0.98 \times (36.7 - 36.9) = 36.7 \text{ ksi}$$

根據設計手冊 P.4-317 與  $\phi F_{cr} = 36.70 \text{ ksi}$

$$\Rightarrow \tau_a = 0.486 + 0.7 \times (0.438 - 0.486) = 0.452$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \tau_a G_{elastic}$$

$$= 0.452 \times 5.34 = 2.41$$

根據  $G_A = G_B = 2.41$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K=1.70$  使用法國規範檢查  $K$  值:

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.71$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(2.41)(2.41) + 4(2.41 + 2.41) + 7.5}{2.41 + 2.41 + 7.5}}$$

$$\phi F_{cr} = \phi F_{cr} A_g / A_g = P_u / A_g$$

$SRF = \tau_a$  可由設計手冊(P.4-317,P.4-319)

查表得之: 根據設計手冊 P.4-319 與

$$KL/r_x = 1.71(12)(12)/6.24 = 39.46$$

$$\Rightarrow \phi F_{cr} = 40.3 + 0.46 \times (40.0 - 40.3) = 40.16 \text{ ksi}$$

根據設計手冊 P.4-317 與  $\phi F_{cr} = 40.16 \text{ ksi}$

$$\Rightarrow \tau_a = 0.285 + 0.16 \times (0.231 - 0.285) = 0.276$$

前後容許應力 ( $\phi F_{cr}$ ) 值比較:

$$\text{比值: } 36.7 / 40.16 = 0.9138 = 91.38 \%$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \tau_a G_{elastic}$$

$$= 0.276 \times 5.34 = 1.47$$

根據  $G_A = G_B = 1.47$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K=1.47$  使用法國規範檢查  $K$  值:

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.475$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(1.47)(1.47) + 4(1.47 + 1.47) + 7.5}{1.47 + 1.47 + 7.5}}$$

$$KL/r_x = 1.475(12)(12)/6.24 = 34.04$$

$SRF = \tau_a$  可由設計手冊(P.4-317,P.4-319)

查表得之: 根據設計手冊 P.4-319 與

$$KL/r_x = 1.475(12)(12)/6.24 = 34.04$$

$$\Rightarrow \phi F_{cr} = 41.4 + 0.04 \times (41.2 - 41.4) = 41.39 \text{ ksi}$$

根據設計手冊 P.4-317 與  $\phi F_{cr} = 41.39 \text{ ksi}$

$$\Rightarrow \tau_a = 0.231 + 0.39 \times (0.175 - 0.231) = 0.209$$

前後容許應力 ( $\phi F_{cr}$ ) 值比較:

$$\text{比值: } 40.16 / 41.39 = 0.9703 = 97.03 \%$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \tau_a G_{elastic}$$

$$= 0.209 \times 5.34 = 1.12$$

根據  $G_A = G_B = 1.12$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K=1.38$  使用法國規範檢查  $K$  值:

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.377$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(1.12)(1.12) + 4(1.12 + 1.12) + 7.5}{1.12 + 1.12 + 7.5}}$$

$SRF = \tau_a$  可由設計手冊(P.4-317,P.4-319)

查表得之: 根據設計手冊 P.4-319 與

$$KL/r_x = 1.377(12)(12)/6.24 = 31.78$$

$$\Rightarrow \phi F_{cr} = 41.9 + 0.78 \times (41.8 - 41.9) = 41.82 \text{ ksi}$$

根據設計手冊 P.4-317 與  $\phi F_{cr} = 41.82 \text{ ksi}$

$$\Rightarrow \tau_a = 0.231 + 0.82(0.175 - 0.231) = 0.185$$

前後容許應力 ( $\phi F_{cr}$ ) 值比較:

$$\text{比值: } 41.39 / 41.82 = 0.9897 = 98.97 \%$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \tau_a G_{elastic}$$

$$= 0.185 \times 5.34 = 0.99$$

根據  $G_A = G_B = 0.99$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K=1.33$  使用法國規範檢查  $K$  值:



$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.339$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(0.99)(0.99) + 4(0.99 + 0.99) + 7.5}{0.99 + 0.99 + 7.5}}$$

$SRF = \tau_a$  可由設計手冊(P.4-317,P.4-319)

查表得之：根據設計手冊 P.4-319 與

$$KL/r_x = 1.339(12)(12)/6.24 = 30.9$$

$$\Rightarrow \phi F_{cr} = 42.1 + 0.9 \times (41.9 - 42.1) = 41.92 \text{ ksi}$$

根據設計手冊 P.4-317 與  $\phi F_{cr} = 41.92 \text{ ksi}$

$$\Rightarrow \tau_a = 0.231 + 0.92 \times (0.175 - 0.231) = 0.179$$

前後容許應力 ( $\phi F_{cr}$ ) 值比較：

$$\text{比值： } 41.82 / 41.92 = 99.76 \%$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \tau_a G_{elastic}$$

$$= 0.179 \times 5.34 = 0.96$$

根據  $G_A = G_B = 0.96$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K = 1.33$  使用法國規範檢查  $K$  值：

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.330$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(0.96)(0.96) + 4(0.96 + 0.96) + 7.5}{0.96 + 0.96 + 7.5}}$$

$SRF = \tau_a$  可由設計手冊(P.4-317,P.4-319) 查表

得之：根據設計手冊 P.4-319 與

$$KL/r_x = 1.33(12)(12)/6.24 = 30.69$$

$$\Rightarrow \phi F_{cr} = 42.1 + 0.69 \times (41.9 - 42.1) = 41.96 \text{ ksi}$$

根據設計手冊 P.4-317 與  $\phi F_{cr} = 41.96 \text{ ksi}$

$$\Rightarrow \tau_a = 0.231 + 0.96 \times (0.175 - 0.231) = 0.177$$

前後容許應力 ( $\phi F_{cr}$ ) 值比較：

$$\text{比值： } 41.92 / 41.96 = 99.90 \%$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \tau_a G_{elastic}$$

$$= 0.177 \times 5.34 = 0.95$$

根據  $G_A = G_B = 0.95$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K = 1.32$  使用法國規範檢查  $K$  值：

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.327$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(0.95)(0.95) + 4(0.95 + 0.95) + 7.5}{0.95 + 0.95 + 7.5}}$$

$SRF = \tau_a$  可由設計手冊(P.4-317,P.4-319)

查表得之：根據設計手冊 P.4-319 與

$$KL/r_x = 1.327(12)(12)/6.24 = 30.62$$

$$\Rightarrow \phi F_{cr} = 42.1 + 0.62 \times (41.9 - 42.1) = 41.98 \text{ ksi}$$

根據設計手冊 P.4-317 與  $\phi F_{cr} = 41.98 \text{ ksi}$

$$\Rightarrow \tau_a = 0.231 + 0.98 \times (0.175 - 0.231) = 0.176$$

前後容許應力 ( $\phi F_{cr}$ ) 值比較：

$$\text{比值： } 41.96 / 41.98 = 0.9995 = 99.95 \%$$

$$G_{inelastic} = SRF \times G_{elastic} = \tau_a G_{elastic}$$

$$= 0.176 \times 5.34 = 0.94$$

根據  $G_A = G_B = 0.94$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K = 1.31$  使用法國規範檢查  $K$  值：

$$K_m = \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.324$$

$$= \sqrt{\frac{1.6(0.94)(0.94) + 4(0.94 + 0.94) + 7.5}{0.94 + 0.94 + 7.5}}$$

$SRF = \tau_a$  可由設計手冊(P.4-317,P.4-319)

查表得之：根據設計手冊 P.4-319 與

$$KL/r_x = 1.324(12)(12)/6.24 = 30.55$$

$$\Rightarrow \phi F_{cr} = 42.1 + 0.55 \times (41.9 - 42.1) = 41.99 \text{ ksi}$$

根據設計手冊 P.4-317 與  $\phi F_{cr} = 41.99 \text{ ksi}$

$$\Rightarrow \tau_a = 0.231 + 0.99 \times (0.175 - 0.231) = 0.176$$

前後容許應力 ( $\phi F_{cr}$ ) 值比較:

$$\text{比值: } 41.98 / 41.99 = 0.9998 = 99.98\%$$

$$\begin{aligned} G_{inelastic} &= SRF \times G_{elastic} = \tau_a G_{elastic} \\ &= 0.176 \times 5.34 = 0.94 \end{aligned}$$

根據  $G_A = G_B = 0.94$  與設計手冊 P.16.1-242

圖表可得  $K = 1.31$  使用法國規範檢查  $K$  值:

$$\begin{aligned} K_m &= \sqrt{\frac{1.6G_i G_j + 4(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} = 1.324 \\ &= \sqrt{\frac{1.6(0.94)(0.94) + 4(0.94 + 0.94) + 7.5}{0.94 + 0.94 + 7.5}} \end{aligned}$$

$SRF = \tau_a$  可由設計手冊 (P. 4-317, P.4-319)

查表得之: 根據設計手冊 P. 4-319 與

$$KL/r_x = 1.324 (12)(12) / 6.24 = 30.55$$

$$\Rightarrow \phi F_{cr} = 42.1 + 0.55 \times (41.9 - 42.1) = 41.99 \text{ ksi}$$

根據設計手冊 P. 4-317 與  $\phi F_{cr} = 41.99 \text{ ksi}$

$$\Rightarrow \tau_a = 0.231 + 0.99 \times (0.175 - 0.231) = 0.176$$

前後容許應力 ( $\phi F_{cr}$ ) 值比較:

$$\text{比值: } 41.99 / 41.99 = 100.00\%$$

最後收斂  $K = 1.324 \approx 1.32$

$$\phi P_n = \phi F_{cr} \times A_g = 1482.25 \text{ kips}$$

$$\phi P_n \approx 1482 > 1300 \text{ kips} \quad (\text{OK})$$

$\Rightarrow$  使用 W14×120 作為非彈性設計斷面

根據 2005 AISC-LRFD 設計結果:

彈性分析 W14×132; 非彈性分析 W14×120

### 三、結論

本研究引導業界工程師使用英文版

AISC-ASD(1989) 與 AISC-LRFD(2005) 設計手冊, 執行鋼柱構件之彈性與非彈性分析與設計, 以獲得較經濟之設計斷面。

### 四、參考文獻

1. AISC-LRFD (2005), Manual of Steel Construction, 13<sup>th</sup> edition, AISC, Chicago, Illinois.
2. AISC-ASD (1989), Allowable Stress Design Specification for Structural Steel Buildings, 9<sup>th</sup> edition, AISC, Chicago, Illinois.
3. 鋼結構設計手冊(1997、2003)-容許應力設計法(ASD), 中華民國結構工程學會。
4. 鋼結構設計手冊(2003)-極限設計法(LSD), 中華民國結構工程學會。
5. 鋼結構設計手冊(2012)-極限設計法(LSD), 中華民國鋼結構工程協會。